# USO Y DISEÑO DE UNA HERRAMIENTA TECNOLÓGICA CON PERSPECTIVA SOCIAL. DISEÑO AD-HOC PARA ADULTOS MEXICANOS QUE NO HAN COMPLETADO SU EDUCACIÓN BÁSICA

Santiago Alonso Palmas Pérez[1]

Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV, México

spalmas@cinvestav.mx

## Resumen

*En México, 41% de la población no ha completado su educación básica. Este fenómeno conlleva problemas de aprendizaje que pueden ser resueltos desde etapas tempranas en la educación de adultos. El tema general de este estudio es reconocer, registrar y analizar el papel de la tecnología en la educación matemática de adultos (EMDJA). El objetivo específico es llevar a cabo un diseño didáctico y desarrollar un software ad-hoc que retome en la mayor medida posible concepciones matemáticas previas a un momento educativo formal, sus representaciones y la resolución de necesidades prácticas propias de los adultos estudiantes. En el presente informe de investigación se aborda el cálculo de áreas como necesidad de práctica social por medio de la enseñanza del Teorema de Pick dentro de un diseño tecnológico ad-hoc. Se concluye aquí, el potencial educativo que tiene el diseñar las TIC con una perspectiva didáctica y social.*

Palabras claves: Educación matemática de jóvenes y adultos, diseño ad-hoc, situación didáctica, área.

## Introducción

Los procesos de enseñanza y aprendizaje matemáticos han sido ampliamente estudiados en el campo de la educación matemática, especialmente cuando dichos procesos tienen lugar en un entorno escolar. Sin embargo, los procesos cualitativos de educación matemática fuera de la escuela han sido menos investigados y aún menos en sectores de la población que no han tenido acceso a la enseñanza escolarizada o que han tenido un acceso limitado.

Este estudio pretende analizar el papel que puede tener la tecnología en la Educación Matemática de Jóvenes y Adultos con baja o nula escolaridad (EMDJA) en el marco de proyectos de "educación popular" (Freire, 1970). Para entender el contexto de este estudio es importante registrar que el 41% de la población adulta (mayor de 15

[1] Bajo la dirección de la Dra. Teresa Rojano Ceballos.

años) en México no ha tenido acceso a la educación básica[2]. Delimitando nuestro objetivo, esta población sin una educación formal tiene necesidades matemáticas relacionadas con su vida diaria (Agüero, 2006). Este estudio se centra en las necesidades prácticas del cálculo del área de figuras irregulares para, por ejemplo, 1) poder cobrar por pintar (o aplanar con cemento) una pared, 2) calcular el volumen de una cisterna de agua o 3) calcular el área de un terreno con el objetivo de conseguir apoyo gubernamental por parte del gobierno.

En este artículo se reporta el proceso por el cual se concibió tanto una herramienta tecnológica ad-hoc como una secuencia didáctica, ambas con una visión social que retoma las posturas sobre prácticas matemáticas sociales, dirigidas específicamente para esta población con baja escolaridad. Así mismo, se expondrán las bases teóricas que nos condujeron a concebir la herramienta así como algunos resultados preliminares de la puesta en práctica.

## Antecedentes

Como otros estudios han mostrado, los adultos con baja escolaridad tienen un amplio rango de estrategias numéricas "no formales" (Ferreiro, et al., 1983; Bishop, 1991; Ávila, 1986, 1993 y 2007; Carraher, Carraher, & Schliemann, 1997; Mariño, 1986 y 1997; Agüero, 2006; Estrada & Ávila, 2009). Por ejemplo, un grupo de pintores que desarrolla estrategias y métodos no estandarizados para calcular, dibujar o medir paredes que evoluciona y mejora durante la práctica se reporta en Agüero (2006). Sin embargo, en muchos casos, estos procesos de cálculo de áreas no son lo suficientemente refinados. Es comprensible que los pintores creen métodos de cálculo en dónde su base metódica sea el cálculo del área de un rectángulo –puesto que muchas de las paredes en la arquitectura son rectangulares-, sin embargo, cuando hay figuras irregulares, este tipo de estrategias implican mayores errores de cálculo. Ante esta cuestión, cabe preguntarse si hay maneras alternas al del aprendizaje de un formulario para el cálculo de áreas que retome en la mayor medida posible lo que los adultos con baja escolaridad ya saben y que les resulte funcional. El estudio que aquí presentamos intenta responder a dicha interrogante.

Una visión que retoma el presente estudio es la de las "matemáticas como prácticas sociales". Esta visión inspirada en los "Nuevos Estudios de la Cultura Escrita" (New Literacy Studies) que amplían la noción de alfabetización conceptualizándola

---

[2] Tomado del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) en México. Disponible en `http://www3.inegi.org.mx/sistemas/mexicocifras/default.aspx` El indicador comprende a la población sin instrucción, con primaria incompleta o completa y con secundaria incompleta.

como reflexión en torno a prácticas sociales, no neutrales, inmersas en relaciones de poder, condiciones culturales y sociales sumergidas en principios ideológicos socialmente construidos  (Street, 1984). Además de los estudios antecedentes que registran necesidades geométricas de adultos en prácticas sociales, se realizó una serie de entrevistas a adultos de baja o nula escolaridad para indagar dichas prácticas matemáticas para comenzar a construir tanto un diseño didáctico como un diseño tecnológico.

En la presente investigación, recurrimos a la recreación en una herramienta tecnológica ad-hoc del teorema de Pick, el cuál es una alternativa al cálculo del área que implica el conteo de puntos en una cuadrícula. Este teorema, permite un acercamiento al cálculo del área de una familia amplia de polígonos por medio de la suma, resta, división y el conteo.

## Marco teórico

Con el fin de afrontar el reto de investigación se han adoptado (o reinventado como nos propondría el mismo Freire) las ideas de la educación popular (Freire, 1970) y su principio de *comenzar por lo que los adultos conocen en vez de por lo que no*. Como ya se ha mencionado, una tendencia de los adultos con baja escolaridad es usar la forma más simple del cálculo de área, a la que llamaremos, "conocimiento de b x h" y que refiere al cálculo de cualquier área como si fuera un rectángulo por medio de su base y altura.

De acuerdo a lo anterior, proponemos un método no-memorístico de calcular el área (ya que no implica recordar diferentes fórmulas para diferentes figuras) que comience de lo que los adultos ya conocen (conteo, multiplicación y división) en vez de lo que no.

### Teorema de Pick

La aproximación al cálculo de área que proponemos es usar el teorema de Pick:

> Sea un polígono simple cuyos vértices tienen coordenadas enteras. Si *B* es el número de puntos enteros en el borde, *I* el número de puntos enteros en el interior del polígono, entonces el área A del polígono se puede calcular con la fórmula:
>
> $$A = I + \frac{B}{2} - 1$$

Entonces, el Teorema de Pick establece una relación entre el conteo de puntos en una cuadrícula de números enteros y el área de la figura. Tradicionalmente, en el currículo escolar (por ejemplo en México) el área se conceptualiza como un número definido por los lados de cualquier figura. En contraste, el teorema de Pick cambia la aproximación cognitiva al *conteo* como base para el cálculo del área. Se pensó en este teorema por los siguientes beneficios para la población con la que se trabaja:

1. Este teorema usa el conteo, la suma, la resta y la división como operaciones base para calcular el área. Esta manera aritmética de calcular el área saca ventaja de los conocimientos previos (Delprato, 2002) de los adultos.
2. Se pensó en un acceso más democrático al cálculo del área de cualquier figura irregular. En comparación, el currículo escolar opta por dos vías que alejan, temporalmente, la conceptualización del cálculo del área: 1) la triangulación como método de cálculo del área de figuras irregulares, el problema de esto es que en muchas ocasiones se necesita el teorema de Pitágoras; o 2) aprender un largo repertorio de fórmulas geométricas para calcular el área, a lo cuál consideramos que el teorema de Pick funge como una visión del cálculo del área menos memorística.

La idea de usar el teorema fue optimizar el acceso al cálculo de un gran repertorio de figuras geométricas partiendo de lo que los adultos ya conocen. Así, el teorema surge como una opción útil que proviene del mundo Matemático[3]. Sin embargo, consientes del desafío que implica usar el teorema de manera aislada, se diseñó una situación didáctica y un diseño tecnológico ad-hoc que abriera el camino a la comprensión del teorema.

## Diseño didáctico y diseño de la aplicación tecnológica ad-hoc

La manera en que lidiamos con el reto didáctico es diseñando una situación didáctica –acorde a los principios de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) (Brousseau, 1997 y 2007)- y creando una aplicación ad-hoc que permita recrear dinámicamente el método alterno de cálculo de área proporcionado por el teorema de Pick. En esta recreación, se buscó promover el uso dinámico de la geometría usando la tecnología cuyas ventajas las registramos en Noss & Hoyles (1996), Estrada & Ávila, (2009) y otros.

Sobre la situación didáctica, este estudio se inspiró en la metodología de la ingeniería didáctica (Artigue, 1995) para dar fundamento a las situaciones didácticas. De esta metodología realizamos los siguientes análisis preliminares:

1. El análisis epistemológico de los contenidos contemplados en la enseñanza.
2. El análisis de la enseñanza tradicional y sus efectos.
3. El análisis de las concepciones de los estudiantes, de las dificultades y obstáculos que determinan su evolución.

[3] Con “M” mayúscula como diría Bishop. (1991).

4. El análisis del campo de restricciones donde se situará el momento educativo.

De la teoría de situaciones didácticas retomamos la definición de aprendizaje: "el sujeto aprende corrigiendo sus acciones y anticipando sus efectos" (Brousseau, 2007, p. 54). Según la concepción de Brousseau, la retroalimentación que expone el medio es el eje fundamental del aprendizaje, puesto que el sujeto aprende adaptándose al medio con el que interactúa. Consideraremos a las "herramientas tecnológicas ad-hoc" como un *medio* con el cuál el sujeto interactuará y aprenderá por medio de la adaptación.

Así mismo, en nuestro punto de vista, la TSD tiene ventajas educativas que coinciden con la EMDJA. Por ejemplo, el hecho de proporcionar herramientas teóricas para el análisis de las restricciones de la educación tradicional y sus efectos nos hace enfocarnos en una educación no formal, misma que es común en los adultos con baja escolaridad. El análisis de las concepciones de los estudiantes coincide con los preceptos de la educación popular: reconocer los conocimientos previos y expelerlos con la ayuda de la matemática formal. Además, la TSD postula la posibilidad de caracterizar a los conocimientos mediantes las situaciones específicas en las que éstos funcionan, esto favorece –aún más- la visión de *aprendizajes significativos*, presente en la EMDJA.

Sobre la conceptualización teórica de nuestro desarrollo tecnológico ad-hoc, se retoma la investigación sobre la geometría dinámica porque advierte su uso en construcciones por medio de la manipulación directa de objetos matemáticos (vértices, aristas, ángulos y medidas) –sin utilizar propiamente el lenguaje de computación-. Algunas de estas investigaciones han sido las realizadas por Clements (2000) o Albornoz (2010) en donde se expone el potencial que los objetos matemáticos manipulables en entornos tecnológicos pueden tener, construyendo relaciones matemáticas de manera dinámica.

Por otro lado, el diseñar un *software* que tenga una brecha de apropiación de uso corta (*easy use*), es derivado de la advertencia que hacen Hoyles & Noss (2003) sobre la tensión atribuida a la educación usando tecnología -que los estudiantes deben ser capaces de hacer frente a la sintaxis y la semántica del *software*: tienen que averiguar cómo funciona, lo que ofrece y cómo podría ser empleado-. Por lo tanto, a menudo se considera que el empleo de la tecnología añade una sobrecarga para el aprendizaje. Sin embargo, no es necesariamente cierto si aprender a usar el *software* se convierte en parte integral del aprendizaje de las matemáticas:

> El punto clave es que la apropiación computacional expresiva, de parte de los estudiantes, ofrece observadores a *ventanas* a conceptos matemáticos en construcción; o puesto de otra manera, mientras los estudiantes usan y construyen herramientas para construir modelos explorando y resolviendo problemas, sus pensamientos se convierten, simultáneamente,

externalizados y progresivamente moldeados por sus interacciones con las herramientas. (Hoyles & Noss, 2003: 3; traducción propia)

Si los estudiantes se comprometen con una tarea, el desarrollo tecnológico ad-hoc puede servir como *medio* para que expongan sus concepciones acerca del tema matemático en cuestión. Esta cualidad de –ventana semiótica- del *software* servirá en dos sentidos, 1) como ventana de construcción (y experimentación) de conceptos matemáticos y 2) como "variables didáctico-tecnológicas" (al estilo de *variable didáctica* de Brousseau) de aprendizaje en tiempo real.

Más allá de la didáctica y de las ventajas previsibles del uso de la tecnología, todo el proyecto está basado en los principios de "educación popular" (Freire, 1970) y la importancia del *diálogo* como eje de reflexión sobre situación actual de vida y su *concienciación* para reconocerse como seres históricos y promover el cambio social.

## Método de investigación

Para poder registrar el proceso de creación de la herramienta tecnológica con esta mirada social se recurrió a una serie de 9 entrevistas a profundidad con los objetivos de reconocer los conocimientos previos que los adultos usan y reconocer las necesidades matemáticas como prácticas sociales. Posteriormente, se siguieron los siguientes pasos inspirados en la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995): 1) Exploración de conocimientos matemáticos (11 entrevistas), 2) Análisis de materiales pre-existentes (3 materiales específicamente para la EMDJA[4]), 3) Diseño tecnológico y didáctico y 4) Puesta en práctica (6 sesiones videograbadas de trabajo en dos comunidades rurales en México: Tlanalapan, Puebla y en Guerrero, Hidalgo).

### Diseño tecnológico y didáctico

La herramienta tecnológica ad-hoc puede encontrarse en el sitio **`matetic.org`** con cinco secciones, cada una diseñada específicamente para trabajar diferentes prácticas matemáticas con adultos de baja escolaridad. Una de estas secciones es la "Calculadora de Superficies". Esta herramienta fue diseñada específicamente para trabajarla durante una sesión educativa con adultos. Esta Calculadora de Superficies considera confrontar prácticas previas de cálculo de áreas y sus representaciones para poder reflexionar acerca de un refinamiento del cálculo de áreas.

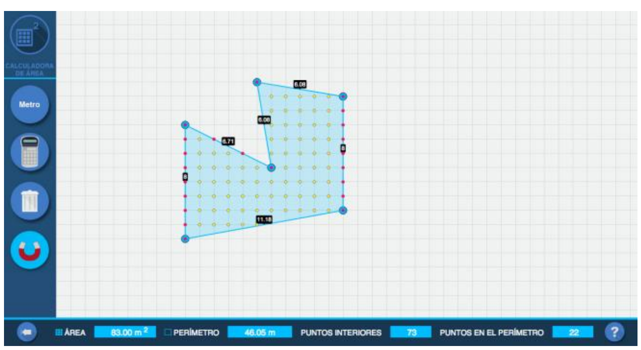
[4] Algunos materiales revisados fueron: De la página de cursos del INEA y su modelo MEVyT: http://www.conevyt.org.mx/cursos/cursos/cuentasutiles_v2/index.html. y http://www.conevyt.org.mx/cursos/cursos/figymedidas_v2/index2.html# De los materiales del Instituto Tecnológico de Monterrey http://www.cca.org.mx/ec/cursos/ds025/ . Y por último, un material interactivo de la Universidad Nacional Autónoma de México que se puede encontrar en: http://arquimedes.matem.unam.mx/peqsisa/Euros/cobrar.html.

La construcción de esta herramienta está delimitada por los mismos adultos. Las más importantes son:

1. En comunidades rurales en México, el Internet –si existe-, es muy lento; por lo tanto, la programación de la herramienta tecnológica está codificada en HTML 5 (con poca programación en flash) para que el *website* opere de manera fluida en viejos sistemas operativos (como Windows XP). Además, cuenta con la posibilidad de que una vez ingresado en dicha página web, la página entera se guarda en cookies para su posterior uso sin Internet.
2. En términos del diseño gráfico, el diseño se pensó promoviendo el *easy use*, con pocos botones y un aprendizaje de su uso expedito. No se requiere haber practicado antes con una computadora, puesto que el diseño gráfico (y la situación didáctica) parte de la experimentación y su progresiva apropiación.
3. En términos de su programación en código, el cálculo de áreas se tendría que resolver por medio de integrales y recursividad, lo cuál conlleva que el programa eleve su peso y por lo tanto su fluidez en cualquier sistema operativo. En este caso, se recurrió al mismo teorema de Pick para calcular las áreas lo cuál redujo sustancialmente el peso del programa y por lo tanto la velocidad del mismo. (316.5 kb, más rápido que el 86% de todas las páginas en internet)
4. No se requiere una cuenta de correo o registrarse para poder usar el sitio.

La "calculadora de superficies" consiste en una cuadrícula en donde se puede colocar vértices hasta que se cierre la figura, al hacerlo, aparecen los puntos interiores y en el perímetro con coordenadas enteras como aparece en la siguiente figura:

Figura 1: Calculadora de superficies

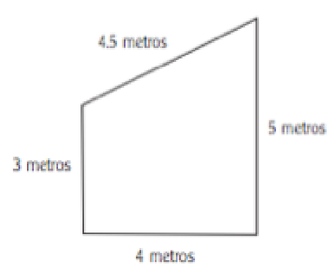



Didácticamante, la necesidad de crear un ambiente digital emerge del dinamismo específico que el teorema requiere. Por ejemplo, una de las ventajas de usar el teorema de Pick es observar dinámicamente como se modifican los puntos interiores o en el perímetro cuando se modifica un lado o reconocer puntos con coordenadas enteras. En esta aplicación ad-hoc, está disponible la modificación dinámica del lado, editando la posición de los vértices. Así, los adultos pueden experimentar modificando formas y reconocer cómo, a partir de estos cambios, el área (o el perímetro) cambia por que cambia el número de puntos interiores o en el borde. El botón de "basura" sirve para deshacer la figura y volver a empezar. Esta herramienta tecnológica está acoplada con su correspondiente secuencia didáctica.

La secuencia didáctica comienza con un "círculo de cultura" (Freire, 1970) en donde se promueve la reflexión sobre diferentes temas de aspecto social que puedan problematizar la puesta en práctica de la tecnología en la educación. Estos temas son extremadamente sensibles a la persona adulta con la que se trabaja, pero, tres ejemplos pueden ser: 1) La problematización sobre la diferencia de la educación para niños y la educación de adultos, 2) la tecnología como creación del hombre para el hombre. Las posibilidades de entender qué es y cómo se usa la tecnología y sus ventajas o desventajas en la educación de adultos o 3) la reflexión sobre el aprendizaje significativo en comparación con el aprendizaje por conceptos aislados. Estos temas engloban toda la secuencia didáctica y le dan el sentido social que merece la EMDJA.

Posterior al diálogo se comienza con un *problema generador* en donde se pide calcular el área de la siguiente figura de cualquier manera posible:

Figura 2: Problema generador




Este problema no fue elegido al azar, está basado en dos antecedentes académicos (Agüero, 2006 y Estrada & Ávila, 2009) que lo propusieron como un problema de exploración del cálculo de área con adultos de baja o nula escolaridad. En esta sección no se evalúan las producciones del adulto, solo se les propone que ellos mismos podrán evaluar su trabajo al final de la secuencia didáctica. Esta sección es lo que Brousseau denomina *instrucción,* teóricamente este problema es elegido de tal manera que el alumno se lo apropie, lo actúe, hable, reflexione y evolucione y sepa que con él, adquirirá conocimiento (Brousseau, 1997: 31).

1. Presentación del teorema de Pick de manera escrita y oral
2. Uso del teorema y de la aplicación tecnológica ad-hoc con rectángulos que sirven para constatar el conocimientos previo de "b x h",

3. Determinar la fórmula del triángulo con la experimentación en la aplicación tecnológica
4. Cálculo de áreas de figuras regulares
5. Cálculo de áreas de figuras irregulares
6. Estimación como proceso de cálculo de problemas en la vida cotidiana
7. Problemas contextualizados
8. Regreso al problema generador.

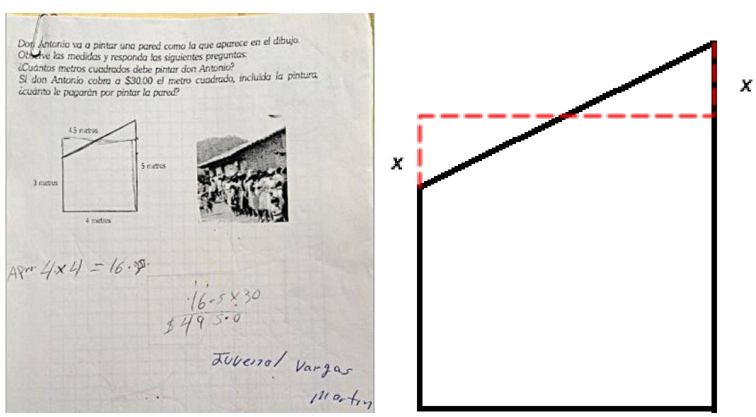
Cada uno de estos pasos alude a elementos teóricos de la TSD como, la institucionalización, la validación, devolución y la formulación dialéctica. Esta secuencia didáctica abarca 3 sesiones de 2 horas aproximadamente.

## Resultados preliminares

En la puesta en práctica de la situación didáctica y de la aplicación tecnológica ad-hoc, mostramos los siguientes resultados:

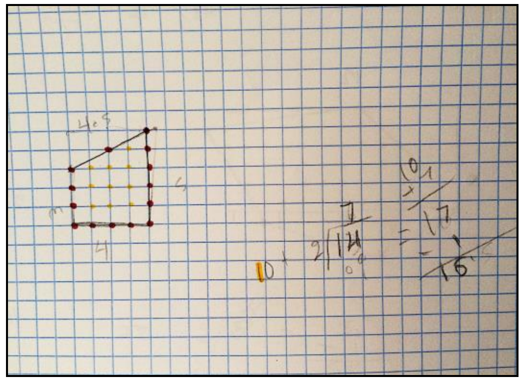
En primer lugar, muchos de los adultos, mostraban la estrategia de "b x h" para calcular cualquier tipo de figura. En particular, en el problema generador se notó que 2 adultos recurrían a completar un rectángulo encima de la figura original y estimar la altura del polígono.

Figura 4: Respuesta al problema generador. Conocimiento "b x h"




Podemos observar que en la Figura 4, el adulto decide completar un rectángulo sumando una medida $x$ al lado izquierdo de la figura y restándoselo del lado derecho. Después de hacer esto, usa el conocimiento de "b x h" para calcular el área. Después de la secuencia didáctica y de haber usado la aplicación tecnológica el mismo adulto resuelve usando el teorema de Pick el mismo problema:

Figura 5: Última resolución del problema generador usando el teorema de Pick.



Podemos observar que el adulto, 1) modifica su manera de representar el área de un polígono, 2) usa el teorema de Pick para resolverlo y 3) el valor del área es correcto.

Por otro lado, además de que los adultos con los que se trabajó mostraron un uso expedito y casi intuitivo de la herramienta, se pudo registrar un avance en la conceptualización y diferenciación entre el área y el perímetro. Esto se pudo registrar con 4 adultos que comenzaron resolviendo el problema generador haciendo la suma de los cuatro lados (calculando el perímetro como si fuera el área). Posteriormente se pudo registrar el siguiente extracto que expone una reflexión en torno a la conceptualización del área:

Entrevistador: […] ¿Qué piensa que esta palabra (área) representa? Por ejemplo, si le digo que el área es muy verde o muy lluviosa?

Rosa: Bueno, pues estamos hablando de la “pancita” del terreno.

Entrevistador: Exactamente. El área es la “pancita”. ¿Podría dibujarla? ¿Cómo dibujaría la “pancita“ de un terreno?

Rosa: Bueno, pues me imagino que de un terreno (y dibuja un cuadrilátero)

Entrevistador: Ajá, y ¿cuál sería la “pancita?

Rosa: Serían las plantitas, las hierbas o las casas o lo que sea que el terreno este hecho. (y dibuja puntos en el interior de la figura).

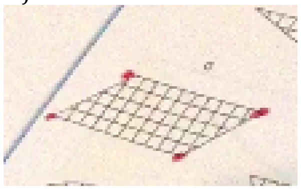
Entrevistador: ¡Exactamente! Todo lo que importa es la “pancita” del terreno. ¿Y el perímetro?

Rosa: Ah pues las colindancias con los vecinos.

Rosa explica, con sus propias palabras, qué significa el área para ella. En este extracto podemos registrar que Rosa identifica que el área es la parte cerrada de una figura, cosa que no entendía antes de la secuencia didáctica. Por la propia naturaleza del teorema, los puntos interiores y en el perímetro ayudan a conceptualizar los conceptos de área y perímetro. En la última producción de Rosa, puede calcular el área con el teorema de Pick adecuadamente.

Por último, registramos el uso de la tecnología en este momento educativo, en particular, se explicíta el uso “pivote” de la tecnología. Para poder definir esto, mostraremos el siguiente extracto donde se registra como Juvenal se apoya en la computadora para entender dónde y cómo se colocan los puntos.

Entrevistador: La formula se supone que funciona con regla y con papel.
[…]
Entrevistador 2: Marque los puntos de afuera con rojo y los de adentro con amarillo.
Juvenal: (Solo marca con rojo los vértices de la figura:

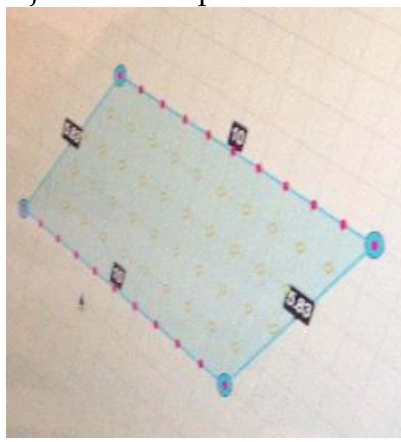


Entrevistador 2: ¿Y los de acá? (Señalando todos los puntos en el borde entre las líneas)
Entrevistador: Son todos los que toquen los lados también.
Juvenal: ¡Ah sí! (Empieza a marcar todos incluyendo en donde las líneas terminan:


)

Entrevistador: Pero ¿esos no los contamos o sí?
Entrevistador: No. Solo cuando los toque las mismas líneas.
Entrevistador. Sí (dirigiéndose a Juvenal) mire (y hace un dibujo de una recta que si cruza por un ZxZ y otro que no)
Entrevistador 2: Como justo la esquinita…
Juvenal: Ah ok.. entonces nada más sería este, este ya no…
Entrevistador 2: Ajá.. bueno este.. 1..2…3..
Juvenal: 4…5..
Entrevistador 2: Es que según yo … (copia la figura en la computadora) Como que pasa el cuadrito pero no pasa en la intersección.
Entrevistador: El chiste es que pase solamente por los cruces. En este caso solamente vamos a contar nada más los de las esquinas.. ¡en este caso! Y los amarillos solo serían..
Juvenal: Los de adentro. A ver..(cuenta en la computadora) 39
Entrevistador. Entonces.. 39 más los de afuera..
Juvenal: A ver.. serían..10.. arriba y abajo.. 10 y 11. Son 21.
Entrevistador. ¿21 entre dos? Podemos hacer la cuenta acá.
Juvenal: (lo hace en el papel) 10.5
Entrevistador: Tenemos 10.5 + 39

Juvenal: 10.5 + 39  serían 49.5 menos uno serían 48.5
Entrevistador: ¿Cómo lo comprobamos Entrevistador? ¿Qué hacemos?
Entrevistador: (Lo dibuja en la computadora



)

Juvenal: Ah nos falló contar los puntos.
Entrevistador: Los puntos interior son 40.
Entrevistador: nosotros contamos 39
Entrevistador: Casi. Fíjense que la fórmula dice, los interiores más la mitad de los del borde menos uno.
Entrevistador: Ah ok. Es que contamos mal.

Juvenal representó los puntos del borde como cualquier punto $(x, y)$ en donde $x$ o $y$ sea entero. Se puede observar como Juvenal crea la figura en la computadora para posteriormente autocriticar la forma en que entendía dónde se colocan los puntos interiores y en el borde. Este uso fugaz pero con un potencial cognitivo tiene base en el diseño gráfico de la aplicación tecnológica ad-hoc. El foco sigue siendo la secuencia didáctica pero Juvenal se apoya en la computadora para poder proseguir con la secuencia, a esto le denominamos uso "pivote".

## Conclusiones

El potencial educativo que tiene el construir, con base en los conocimientos previos de los adulto y sus prácticas sociales, un diseño didáctico y tecnológico tiene frutos que pudieron ser registrados en el presente estudio. En particular, cómo se fue construyendo el diseño didáctico y tecnológico, nos sensibilizó sobre las necesidades matemáticas de los adultos y hacen de este material adecuado al contexto de los adultos y sus requerimientos prácticos.

De no saber calcular el área (y en algunos casos de no conceptualizarla) el trabajo con la herramienta tecnológica y con la situación didáctica abrió la posibilidad de reflexionar, problematizar y conceptualizar tanto el área como el perímetro. El avance que se logró en pocas sesiones de trabajo deja entrever el papel que puede tener la tecnología en la EMDJA y en particular su manera en que abre ventanas de representaciones y permite su adecuada manipulación dinámica. En general, los adultos generaron una nueva manera de calcular el área, usando el teorema de Pick, aumentando así el repertorio de figuras de las cuáles pueden calcular su área.

Sobre la tecnología, es importante notar que el uso de la aplicación ad-hoc es un uso expedito, pero de gran potencial semiótico. A este proceso de tener como eje principal una secuencia didáctica pero reconocer en la tecnología una ventana de representaciones lo denominamos uso "pivote" de la tecnología. Se registra en este estudio, que el eje educativo centrado en la secuencia didáctica es fortalecido de manera significativa por la herramienta tecnológica ad-hoc, la cuál permite un apoyo cognitivo en donde el alumno se pueda asentar y continuar su secuencia didáctica –en forma de pivote-. Este apoyo, es un apoyo semiótico en donde el alumno confía en la representación que da la tecnología. En el caso específico de este trabajo, el potencial que la tecnología ofrece es la posibilidad de ver y manipular directamente vértices de un polígono y registrar –visualmente- los cambios dinámicos de los puntos interiores y en el perímetro. Otro elemento es el poder identificar dónde se colocan los puntos con coordenadas enteras; conocimiento que no es sencillo para adultos de baja o nula escolaridad.

## Referencias


Ávila, A. (2007). Del cálculo oral al cálculo escrito: reelaborar para acceder a una nueva significación. *Recherches en Didactique des Mathématiques , 27* (3), 313-348.

Ávila, A. (1993). El saber matemático Extraescolar en los Libros para la Educación de Adultos. *Educación Matemática , 5* (3), 60-77.

Ávila, A. (1986). *Habilidades y conocimientos matemáticos de adultos recién alfabetizados o en proceso de alfabetización.* Documento Interno, Instituto Nacional para la Educación de Adultos, México.

Ávila, A., & Waldegg, G. (1994). *Hacia una redefinición de las matemáticas en la educación básica de adultos. .* D.F. , México: Instituto Nacional para la Educación de los Adultos .

Albornoz, A. (2010). GeoGebra. Un recurso imprescindible en el aula de Matemáticas . *Revista Iberoamericana de Educación Matemática.* (23), 202-210.

Agüero, M. (2006). *El pensamiento práctico de una cuadrilla de pintores estrategias para la solución de problemas en situaciones matematizables de la vida cotidiana.* Pátzcuaro, Michoacán, México: CREFAL- Universidad Iberoamericana.

Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno, & P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.* (págs. 33-59). Colombia, Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.

Clements, D. (2000). From excercises and tasks to problems and project - Unique contributions of computers to innovative mathematics education. *The Journal of Mathematical Behavior , 19* (1), 9-47.

Carraher, T., Carraher, D., & Schliemann, A. (1997). *En la vida diez, en la escuela cero.* DF, México: Siglo XXI.

Bishop, A. J. (1991). *Mathematical Enculturation. A Cultural Perspective on Mathematics Education .* Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas.* (D. Fregona, Trad.) Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics.* (M. C. Nicolas Balacheff, Ed.) Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Delprato, F. (2002). *Los adultos no alfabetizados y sus procesos de acceso a la simbolización matemática.* DF, México: Tesis de Maestría. Departamento de Investigaciones Educativas. CINVESTAV-IPN.

Estrada, J. L., & Ávila, A. (2009). Los usuarios de la educación básica para jóvenes y adultos y la solución de un problema de área. *Educación Matemática , 21* (3), 33-66.

Ferreiro, E., Navarro, L., Loperna, M., Taboada, E., Corona, Y., Hope, M. E., y otros. (1983). *Los adultos no alfabetizados y sus conceptualizaciones del sistema de escritura.* México DF, México: DIE-CINVESTAV.

Freire, P. (1970). *Pedagogía del Oprimido* (30a Edición. ed.). México: Siglo Veintuno Editores.

Hoyles, C., & Noss, R. (2003). What can digital technologies take from and bring to research in mathematics education? *Second international handbook of mathematics education* , 323-349.

Mariño, G. (1997). Los saberes matemáticos previos de jóvenes y adultos: alcances y desafios. En UNESCO-Santiago, *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos. Jornadas de reflexión y capacitación sobre la matemática en la educación* (págs. 77-100). Santiago, Chile: UNESCO.

Mariño, G. (1986). *Cómo opera matemáticamente el adulto de sector popular (Constataciones y propuestas).* Bogotá, Colombia: Dimensión Educativa.

Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical Meanings: learnig cultures and computers.* Netherlands: Mathematical Education Library. Kluwer Academic Publishers.

Street, B. (1984). *Literacy in Theory and Practice.* Cambridge, Nueva York, Nueva Rochelle, Melbourne y Sydney: Cambridge University Press.