

LA ESCRITURA COMO HERRAMIENTA METACOGNITIVA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE GEOMETRÍA

Luz Graciela Orozco Vaca – Ricardo Quintero Zazueta

lorozco@cinvestav.mx - quintero@cinvestav.mx

Resumen

Se reporta parte de los resultados de un experimento de enseñanza en curso, donde se explora el papel de la escritura como herramienta metacognitiva en la resolución de problemas de geometría en educación básica. Desarrollamos un estudio de investigación cualitativa, para explorar cómo las directivas de escritura pueden ayudar de manera explícita a los estudiantes a entender, organizar y controlar los pasos implicados en distintas fases de un ciclo de actividades para la resolución de un problema de geometría en tercer grado de secundaria.

Palabras clave: Escritura, Herramienta Metacognitiva, Resolución de Problemas.

Introducción

Durante el período del 2006 al 2013 en la Educación Básica de nuestro país la Secretaría de Educación Pública (SEP) aplicó en cada ciclo escolar una evaluación guiada por las preguntas de opción múltiple: Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE). Esta evaluación era una prueba estandarizada de acuerdo con el plan y programa de estudios de educación básica y aplicada en las mismas condiciones para toda la población de la República Mexicana, tanto en escuelas públicas como privadas. La prueba enlace evaluaba numérica y estadísticamente las capacidades de los estudiantes sin realizar una valoración de la calidad de sus conocimientos y habilidades.

Un efecto secundario no deseado de este modelo de evaluación fue que muchos profesores y alumnos, en su afán por mejorar el puntaje de sus escuelas en ENLACE, enfatizaron algunas estrategias para resolver evaluaciones de opción múltiple, en detrimento de las habilidades para trabajar la reflexión en la resolución de problemas. De igual manera estas evaluaciones, al no considerar enunciados de preguntas en forma abierta, condujeron a los estudiantes de nuestro país a la mecanización de la resolución de evaluaciones de opción múltiple.

Durante esta etapa como docentes hemos observado que los estudiantes tienen dificultades en la resolución de problemas cuando éstos se plantean como preguntas abiertas en la clase de matemáticas. Algunas de esas dificultades aparentemente proceden de una deficiente comprensión de conceptos y procedimientos matemáticos; otras pueden atribuirse a la forma incompleta y desorganizada en que utilizan sus anotaciones durante el proceso de resolución. Esta forma desorganizada de escribir dificulta la posibilidad de detectar los conflictos que enfrentan los estudiantes en sus estrategias de solución y procesos de razonamiento.

Con el fin de promover el desarrollo de las habilidades en la resolución de problemas tanto de los profesores como de los estudiantes se explora si a través de la

escritura de forma sistematizada se puede tener una herramienta que les facilite la resolución de problemas. Por ello se propone el diseño de un experimento de enseñanza en el que se plantea utilizar estrategias de escritura para organizar y monitorear los elementos que intervienen en distintas fases de un ciclo de actividades para la resolución de problemas de geometría en tercero de secundaria.

En este trabajo no se hace un reporte completo del experimento de enseñanza. Se analiza el proceso de resolución de un problema que se aplicó a todos los integrantes de un grupo de tercero de secundaria (los participantes del experimento y los no participantes) para comparar los diferentes procesos de resolución aplicados e ilustrar el beneficio de la aplicación de las consignas en la resolución de problemas.

Marco teórico

Un área donde naturalmente se ha tomado en consideración la metacognición es la resolución de problemas; desde los estudios que realizaron en los años 60's (Pólya) y en los 80's (Schoenfeld) se le da importancia a la dirección metacognitiva del proceso de resolución de problemas; aunque no siempre se utiliza explícitamente este término y en la literatura más reciente tenemos autores que le prestan más atención a las estrategias de representación en la resolución de problemas; entre las cuales cobra importancia la escritura y el dibujo que utiliza el estudiante en el proceso de solución.

Pólya (1965) distingue cuatro etapas para abordar el proceso de la resolución de problemas: comprensión del problema, elaborar un plan, poner el plan en marcha y revisar el camino recorrido hasta llegar a la respuesta. Pólya da consejos a los educadores en los cuatro pasos y los ejemplifica a través de un cuidadoso análisis de los problemas matemáticos no triviales accesibles a la escuela. Además, se compila un diccionario de heurísticas básicas (diagramas, condición, enigmas, examine su hipótesis...), explorando los casos límites, con el fin de ayudar a progresar al resolutor en los casos difíciles.

Schoenfeld (1985a) se adentra en las ideas de Pólya estudiando sus componentes cognitivas y las dificultades que se presentan en la práctica. Basándose en los resultados de sus investigaciones, Schoenfeld (1987) percibe cuatro dimensiones que influyen en el proceso de resolución de problemas: 1ª. Dominio del conocimiento o recursos, 2ª. Estrategias cognitivas, 3ª. Estrategias metacognitivas y 4ª. Sistema de creencias.

Schoenfeld (1985b) encontró el papel importante de las acciones de control que se dan en los procesos de la resolución de problemas. Con el control se refiere a las formas en que las personas utilizan la información a su disposición para tomar decisiones importantes sobre qué hacer en un problema dado. Las acciones de control tienen consecuencias globales de la evolución de las soluciones, ya que determinan el camino que se toma y el que se abandona y el cómo utiliza los recursos. Schoenfeld (1987, 1992) estudió la interacción de conocimiento declarativo, la autorregulación y la creencia o la intuición en estos procesos de control, y los describió como fenómenos metacognitivos.

La metacognición y sus implicaciones para el aprendizaje y la enseñanza se han convertido en temas importantes para la investigación en educación en las últimas tres décadas (Schoenfeld 1985a, 1985b, Harman, 1998, Collins et al. 2005, Zohar y Dori 2012). Se necesitan habilidades metacognitivas en muchas materias de la escuela, pero de acuerdo a Veenman (2012) la metacognición se promueve principalmente a través de cuatro tipos de actividades: lectura de texto, resolución de problemas, aprendizaje por descubrimiento y escritura.

Veenman (2012) hace una distinción entre el conocimiento metacognitivo y las habilidades metacognitivas. El conocimiento metacognitivo lo describe como el conocimiento del sistema cognitivo mientras que las habilidades metacognitivas se refiere a la regulación de los procesos cognitivos (las cuales describe como auto-instrucciones).

La habilidad en la lectura y la escritura tienen un gran impacto en la resolución de problemas. Hyde y Hyde (1991), Hyde (2006), han señalado la importancia de tratar de describir y representar de manera explícita los conceptos matemáticos, a través de preguntas, hipótesis y soluciones, para los estudiantes de educación básica cuando participan en la resolución de problemas matemáticos. De esta manera, al identificar y clarificar los conocimientos previos propuestos para los procesos de resolución de problemas, pueden organizar, supervisar y reflexionar mejor su trabajo, fortaleciendo así su pensamiento. La filosofía de Hyde es que el lenguaje, las matemáticas y el pensamiento en sus dimensiones cognitivas y metacognitivas, se desarrolla mejor en conjunto.

Una parte sustancial de la obra de Hyde proviene de un profundo análisis de la gran cantidad de investigaciones sobre la comprensión lectora. Hyde (2006) identifica algunas estrategias más exitosas en esta área y trata de entender cómo funcionan con el fin de contextualizar y aplicarlas en matemáticas particularmente en la resolución de problemas. Hyde et al. (1991) identificaron 10 estrategias creadas por los estudiantes en la resolución de problemas en matemáticas. Las cinco primeras están basadas en las representaciones y les dan una mayor importancia, las otras cinco son consideradas suplementarias y aparecen comúnmente en los libros de texto por lo cual no las agregamos.

- Discusión del problema en grupos pequeños (representaciones lingüísticas)
- Uso manipulativo (representaciones concretas)
- Exteriorizar (representaciones, acciones corporales)
- Hacer dibujos o gráficos (representaciones pictóricas)
- Hacer una lista o tabla (representaciones simbólicas)

Hyde et al. (1991), indican que al utilizar éstas cinco estrategias los estudiantes logran crear sus propias representaciones, a través de las cuales, se da verdaderamente la construcción del significado. Asimismo Hyde (2006) considera que el lenguaje debe ser utilizado a lo largo de este proceso, con el fin de que los estudiantes trabajen de manera explícita preguntas hipótesis y soluciones para describir y representar conceptos matemáticos en la resolución de problemas. Para lograrlo conecta estas cinco estrategias

con otras de lectura contextualizándolas a las cuatro fases del enfoque de Pólya en la resolución de problemas.

Esta contextualización se consigue a través de un complejo repertorio de preguntas, el cual tiene la intención de resolver muchas de las dificultades prácticas que se dan cuando se aplican las cuatro fases de Pólya. En uso dentro del aula estas preguntas pueden ser utilizadas según sea necesario, el maestro decide la combinación de ellas, así como las diferentes formas de participación colectiva en la clase. Nuestro experimento de enseñanza que se describe a continuación, se basa en gran medida en las ideas de Hyde, pero hace hincapié en la escritura en lugar de la comprensión lectora, y utiliza un esquema de orientación muy simple, porque queremos dar a los estudiantes las herramientas accesibles que puede utilizar sin la ayuda del profesor.

Las cinco estrategias identificadas por Hyde nosotros las enfocamos a las diferentes representaciones que realiza el alumno con una asociación directa a la escritura, puntualizándola como medio de registro con el cual los estudiantes pueden exteriorizar lo que piensan y transmitirlo a los demás, enfatizando su funcionamiento como un instrumento para ampliar, explorar e innovar su propio saber, es decir como una herramienta metacognitiva. La escritura nos permite analizar los procesos que aplicaron los estudiantes en la resolución de cada problema y a través de ella, por medio de las consignas, se produce la auto-reflexión y la revisión de los procesos que aplicaron los educandos.

Nuestro experimento de enseñanza utiliza la escritura de acuerdo con la concepción de Henning et al. (2002), como una parte de los procedimientos que se pueden usar para pensar con claridad y construir un conocimiento (en sí la escritura es el pensamiento en acción). Lo anterior debido a que nuestro principal interés es aplicar la escritura como herramienta metacognitiva en la resolución de problemas, porque tiene el fin de generar un pensamiento claro y ordenado durante todo el proceso de las actividades. La escritura funciona entonces para los estudiantes como ayuda en la construcción y monitoreo de los procesos durante la resolución de los problemas y es visible para nosotros, ya que queda plasmada en las hojas de trabajo contestadas por los estudiantes.

Por lo tanto en este experimento de enseñanza la escritura funciona como herramienta metacognitiva (tomada como la reflexión sobre lo pensado al realizar una tarea matemática) cuando al trabajar la escritura el alumno:

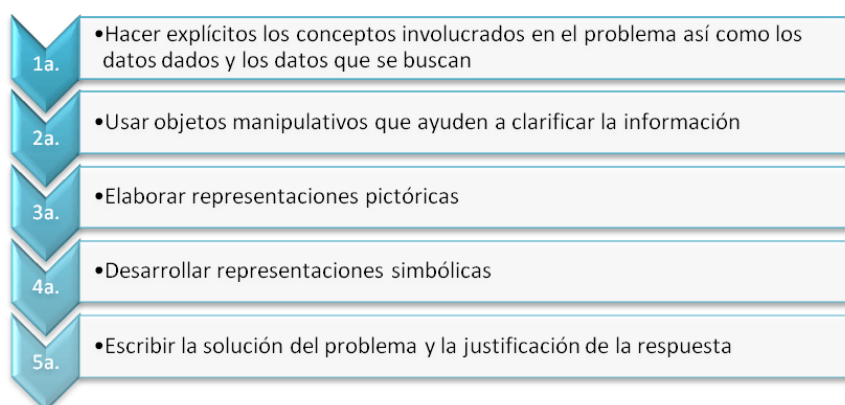
- a) reflexiona sobre cómo proceder en el problema y los procesos que generó al resolverlo;
- b) elabora las justificaciones en las que sustenta su procedimiento para la resolución del problema;
- c) establece evaluaciones sobre los resultados, es decir, justifica que su respuesta es correcta.

El experimento de enseñanza. Método y procedimientos

El propósito de este artículo es presentar parte de los resultados de nuestro experimento de enseñanza (en el último grado de la educación básica, tercero de secundaria) que trabajó el proceso de la resolución de problemas de geometría, poniendo especial énfasis en la escritura como herramienta metacognitiva para progresar en la solución de las dificultades que presentan los estudiantes.

La propuesta consiste en apoyar a los alumnos en la resolución de problemas de geometría, para lo cual planteamos seguir un plan de cinco fases, poniendo especial atención en el uso de las representaciones y la escritura como herramientas metacognitivas (Figura 1). Los estudiantes son guiados a través de estos pasos por la directiva explícita de escribir las respuestas a las simples preguntas formuladas: ¿Cuáles son los datos que me da el problema?, ¿Qué necesito encontrar?, ¿Qué conocimientos tengo acerca del tema?, ¿Cómo le voy a hacer?, ¿Qué dibujos me pueden ayudar a llegar a la solución?, ¿Qué pasos voy a seguir para resolver el problema?, ¿Cómo justifico la respuesta que encontré? ¿Es el único camino que se puede seguir para llegar a la respuesta? ¿Qué otras formas puedes aplicar?

Figura 1. Fases del ciclo de actividades para la resolución del problema



Las consignas dadas a los estudiantes para alcanzar el ciclo de actividades en la resolución de problemas se construyen de acuerdo con las cinco estrategias de representaciones identificadas por Hyde et al. (1991) en sus investigaciones y cubren al mismo tiempo las cinco fases de nuestro ciclo de actividades. A través de ellas los estudiantes incorporan paulatinamente la escritura como instrumento de apoyo en todo el transcurso de las actividades. Además se les invita a utilizar la escritura todo el tiempo en sus hojas de trabajo, y si bien ellos pueden considerarla simplemente como un medio de comunicación, realmente les da el apoyo de control y regulación en el proceso de resolución de problemas.

Se compiló un conjunto de 12 problemas geométricos no triviales a partir del material proporcionado por la SEP para las Olimpiadas Estatales de Matemáticas en Educación Primaria y Secundaria en el estado de Jalisco (2010 a 2013). El experimento de enseñanza, se trabajó en 20 sesiones de 45 minutos cada una con 10 estudiantes de un grupo de tercer grado de la Escuela Secundaria Diurna 99 en la ciudad de México. Las

fuentes de datos para el análisis son las producciones escritas de los estudiantes y las notas de campo profesor – investigador.

En las primeras cuatro sesiones se elaboró como material auxiliar un glosario con los conceptos fundamentales de geometría (triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares, etc.) La quinta y sexta sesión se presentaron las consignas que debían seguir los estudiantes al resolver los problemas, se trabajaron tres problemas, primero de forma individual (cada estudiante trabajó un problema en su hoja) y después se revisó entre todo el grupo la solución del mismo, siguiendo siempre la secuencia de las consignas (preguntas descritas anteriormente); además se compararon los diferentes procesos que aplicaron para llegar a la respuesta.

Las catorce sesiones restantes los participantes resolvieron doce problemas aplicando las consignas como guía para las cinco fases. Para no limitarles su espacio de trabajo en las hojas la lista de consignas se colocó en un cartel en el pizarrón, así cada uno escribió sus procesos considerándolas. Al terminar las sesiones de trabajo se aplicó una evaluación a todos los estudiantes pertenecientes al grupo de tercer grado de secundaria de donde ellos procedían, con el fin de observar si se obtenían diferentes resultados entre los participantes en el experimento de enseñanza y los no participantes. La actividad era únicamente solucionar un problema, tenían la libertad de contestarlo ampliamente y podían anotar en hojas blancas todo el proceso que seguían para obtener la respuesta, los no participantes en el taller no conocían las consignas.

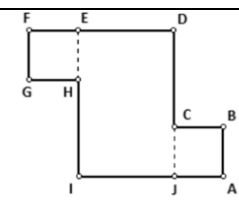
Resultados preliminares

Un análisis detallado de las producciones de los estudiantes aún no ha concluido pero hemos observado que las directivas de escritura en la primera y tercera etapas del plan de resolución de problemas fueron útiles para todos los estudiantes. Además la quinta etapa los guió siempre a la revisión y auto-reflexión de la aplicación de los procesos. En la mayoría de los problemas, 7 de los 10 estudiantes por lo general muestran por separado los datos dados y lo que se busca, y una o varias figuras con la información necesaria para resolver el problema, mientras que 3 de ellos conjuntan estos elementos en una sola expresión.

Ninguno de los 10 estudiantes hizo uso de material manipulativo para aclarar algún aspecto de los problemas. Todos los estudiantes hicieron un esfuerzo para dar una justificación clara, extensa y completa de sus respuestas, aunque 3 de ellos por lo general lograron sólo hacer una cuenta ordenada de los pasos seguidos para llegar a la solución con escasa justificación. Además hay una gran variación en la calidad de los estudiantes para la justificación de la respuesta al problema.

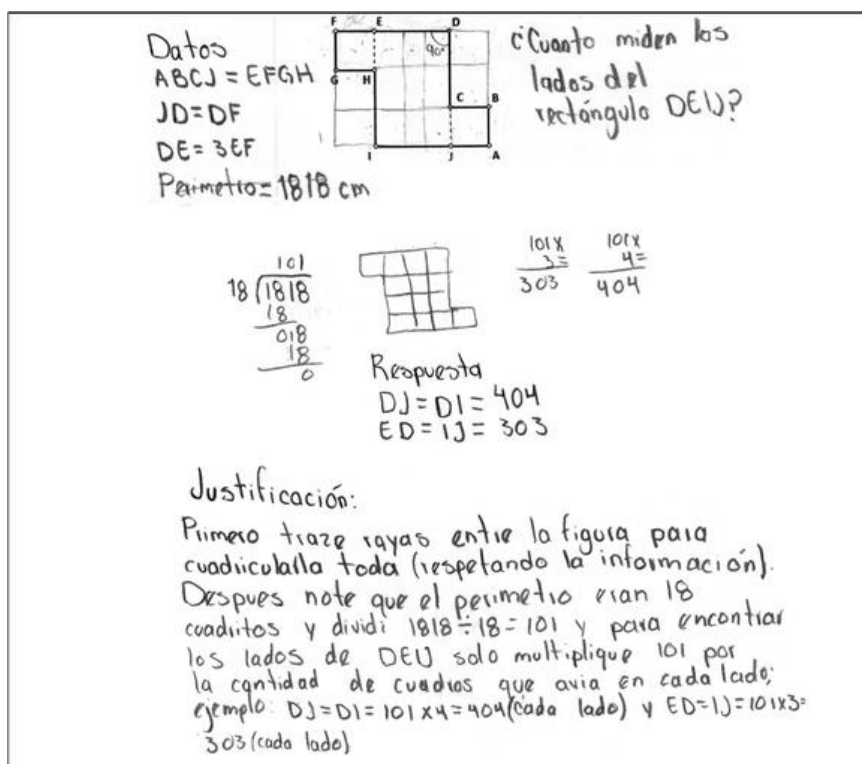
A continuación vamos a examinar las muestras de trabajo de los alumnos en uno de los 12 problemas, el cual se muestra en la Figura 2.

Figura 2. Problema propuesto

<p>Problema.</p> <p>En la figura, ABCJ y EFGH son cuadrados iguales. $JD = DF$ y $DE = 3EF$. La figura tiene 1818 cm. de perímetro. ¿Cuánto miden los lados del rectángulo DEIJ? Nota: La figura está fuera de escala.</p>	
---	---

La Figura 3 muestra la respuesta dada por un estudiante que resuelve correctamente el problema utilizando intuitivamente la sencilla estrategia de descomponer la cifra dada en la cantidad igual al número de segmentos para recuperar las dimensiones del rectángulo EDJI. Él escribe una descripción breve, precisa del procedimiento utilizado, aunque tiene algunos errores menores: es decir él escribe cuadritos en lugar de segmentos, pero se está refiriendo a los segmentos, ya que de manera inequívoca cuenta que hay 18 en el perímetro del rectángulo. También escribe $DJ = DI = 404$ en lugar de $DJ = EI = 404$. Vale la pena notar que él hace un primer intento de cuadricular la figura original de la hoja de trabajo, pero corrige con el cuadrículado de su propio dibujo para “cumplir con la información dada” como lo comenta entre paréntesis en la escritura de su justificación.

Figura 3. Hoja de trabajo de un alumno que participó en el experimento de enseñanza



Datos

$ABCJ = EFGH$

$JD = DF$

$DE = 3EF$

Perímetro = 1818 cm

¿Cuánto miden los lados del rectángulo DEIJ?

1818 / 18 = 101

101 x 3 = 303

101 x 4 = 404

Respuesta

$DJ = DI = 404$

$ED = IJ = 303$

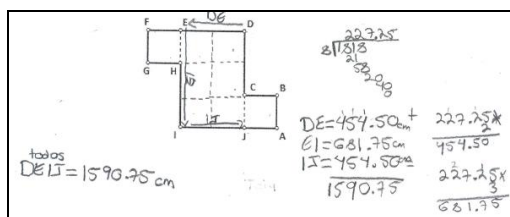
Justificación:

Primero trace rayas entre la figura para cuadrícula toda (respetando la información). Después note que el perímetro eran 18 cuadritos y dividi $1818 \div 18 = 101$ y para encontrar los lados de DEIJ solo multiplique 101 por la cantidad de cuadros que avia en cada lado; ejemplo: $DJ = DI = 101 \times 4 = 404$ (cada lado) y $ED = IJ = 101 \times 3 = 303$ (cada lado).

Hemos visto que la mayoría de los estudiantes utilizan una estrategia similar en este problema, cuadricular. Por ejemplo la Figura 4 muestra el trabajo del mismo problema de un estudiante que no participo en el experimento de enseñanza. Él cuadrícula directamente la figura dada en el problema, sin darse cuenta de la observación que da la nota: “la figura esta fuera de escala” y así, no puede aplicar las condiciones dadas $JD = DF$ y $DE = 3EF$. Él erróneamente asume que la longitud de los lados de los cuadrados está dada

por el cociente entre el perímetro y el número de cuadrados, y procede a calcular la dimensión del perímetro de EDJI incorrectamente.

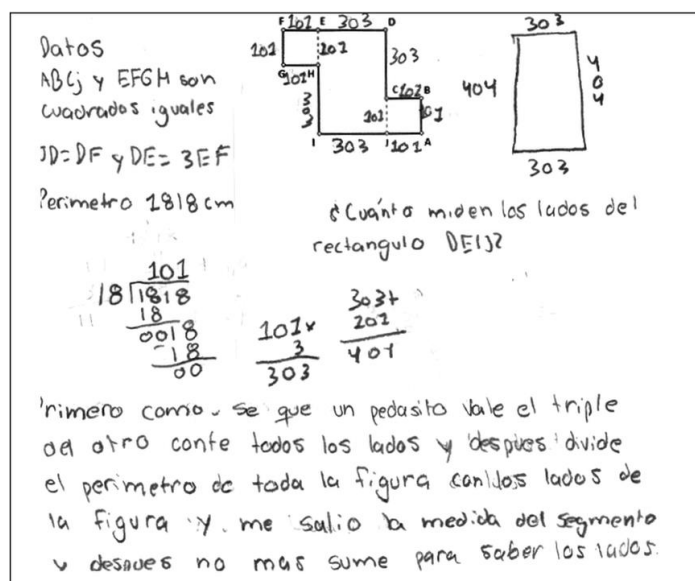
Figura 4. Hoja de trabajo de un estudiante que no participó en el experimento de enseñanza



Desde nuestro punto de vista, la identificación de la información que se da y lo que se busca en la formulación del problema así como el comenzar a trabajar escribiendo de forma explícita estos elementos hace una gran diferencia para los estudiantes. Escribir la información que da el problema proporciona una orientación inicial que se mantiene a la vista y funciona como un elemento de control que ayuda a corregir errores y tener en cuenta las relaciones y condiciones pertinentes.

Algunos estudiantes hacen directamente uso de la orientación inicial proporcionada por la escritura ordenada, completa y clara de lo que se da y lo que se busca. La Figura 5 muestra el trabajo de un estudiante que dibuja el rectángulo cuyas dimensiones son obligatorias por la declaración escrita de los datos que se busca y utiliza como referencia la figura original para construir el rectángulo etiquetado con las dimensiones obtenidas mediante cálculos sencillos utilizando las relaciones dadas. Él toma con claridad la información dada y en su justificación se describe globalmente las operaciones hechas, considerándolos, al parecer, auto-explicativos.

Figura 5. Hoja de trabajo de un alumno que participó en el experimento de enseñanza



Esta brevedad contrasta con el trabajo de otros estudiantes, como el ejemplo que se muestra en la Figura 6, el cual da una reconstrucción detallada de su magnífico pensamiento, escribe en detalle cada relación que se utiliza y cada operación hecha. Este estudiante hace un esfuerzo por escribir una secuencia narrativa ordenada, aclara las expresiones matemáticas con facilidad y es además uno de los pocos estudiantes que utilizan los signos de puntuación.

Figura 6. Hoja de trabajo de un alumno que participó en el experimento de enseñanza

The diagram shows a stepped polygon with vertices labeled F, E, D, A, J, I, H, G. The top horizontal side ED is labeled 404. The right vertical side DA is labeled 303. The bottom horizontal side IJ is labeled 4. The left vertical side HI is labeled 3. The top-left vertical side FG is labeled 2. The bottom-right vertical side JA is labeled 202. There are question marks next to the labels 2 and 202.

base = 303 cm
h = 404 cm

18 | 1818
 0018
 00

 101 +
 101

 202

101 +
101
101
101

404

101 +
101
101

303

Bueno primero se que el perimetro de la figura es de 1818 cm
y la figura tiene 8 lados la base y la altura es la misma
 $IA = DF$ $JD = IE$

me dice que $DE = 3EF$ pero tambien que la figura esta fuera
de escala, entonces vi que en el lado DF , $\cong 4FE$ igual
que el lado $IA = 4JA$ al igual que $DC = 3AB$ igual que
 $IH = 3FG$, sume todos los partesitas que me salieron y
fueron 18 4 en FD , 4 en IA , 3 en DC , 3 en IH
1 en CB , 1 en AB , 1 en FG , 1 en GH y dividi
 $1818 \div 18$ y obtuve 101, y eso era la medida de FE ,
entonces solo multiplique 101 por 3 para obtener la
base de ED y IJ que fue 303 cm y 101 lo multiplique
por 4 para obtener la altura del rectangulo
y obtuve 404 cm.

Además de trabajar más directamente con las relaciones de la información, algunos estudiantes aplicaron otros recursos como el uso de símbolos algebraicos. La Figura 7 muestra el proceso de uno de estos estudiantes, que también consideraba oportuno mencionar los conceptos utilizados mientras que da una relación detallada de los pasos en su trabajo.

Figura 7. Hoja de trabajo de un alumno que participó en el experimento de enseñanza

Problema
En la figura, ABCJ y EFGH son cuadrados iguales. $JD = DF$ y $DE = 3EF$. La figura tiene 1818 cm. de perímetro. ¿Cuánto miden los lados del rectángulo DEIJ? *(Nota: La figura está fuera de escala.)*

$ED = EI = 404 \text{ cm}$
 $IJ = ED = 303 \text{ cm}$
 $4(101) = 404$
 $3(101) = 303$

$8x + 4(16x) = 1818$
 $18x = 1818$
 $x = \frac{1818}{18} = 101$
 $18(101) = 1818$
 $1818 = 1818$

$EI = 4x$, $EI = 4(101)$ $EI = 404 \text{ cm}$
 $ED = 3x$, $ED = 3(101)$ $ED = 303 \text{ cm}$

• Sacó primero un dibujo que me ayude a ver las dimensiones reales de la figura (dibujo anterior) y veo cuanto vale el perímetro $P = 18x$ y lo igualo al perímetro que me da la figura $18x = 1818$ y despejamos $x = \frac{1818}{18}$ $x = 101$
 Sustituyo lo(x) en la medida de los lados y consigo saber cuánto mide
 $EI = 4x$, $EI = 4(101)$ $EI = 404 \text{ cm}$
 $ED = 3x$, $ED = 3(101)$ $ED = 303 \text{ cm}$

• Justificación: Sustituir la x en la medida de todos los lados e igualarlo a 1818cm, tiene que dar lo mismo para saber que está bien
 $8(101) + 6(101) + 4(101) = 1818 \text{ cm}$
 $808 + 606 + 404 = 1818$
 $1818 = 1818$

• Fue el camino más rápida que encontré, puede que haya otros, yo no los veo

• ABCJ y EFGH son cuadrados iguales y $ED = 3EF$
 Perímetro de todo la fig. 1818cm
 • Necesito encontrar la medida de los lados ED y EI (lados del rectángulo EDIJ) $\square = a \cdot b$
 • Área y perímetros de cuadrados y rectángulo $\square = a \cdot b$
 • Dibujo $P = 2a + 2b$

Es de notar que en sus escritos este estudiante da pistas de desarrollar habilidades de autorregulación. Para verificar la exactitud del cálculo del lado desconocido x , la medida del segmento se debe sustituir en la medida de todos los lados, aclarando en la justificación que tiene que dar lo mismo “para saber que está bien”, como se ha seguido un procedimiento apropiado.

Otro estudiante del mismo grupo que no participó en el experimento de enseñanza también aplicó el uso de símbolos algebraicos. Trato de establecer la relación entre la medida del segmento menor y el segmento mayor, con las literales, pero por la ecuación que originó consideramos que confundió el perímetro que es la suma de todos los lados con el área y por ello establece la ecuación $x^2 + 3x - 1818 = 0$, la cual deja sin solución y no llega a ningún resultado como podemos ver en la Figura 8.

Figura 8. Hoja de trabajo de un estudiante que no participó en el experimento de enseñanza

$x^2 + 3x - 1818 = 0$
 $y = x^2 + 3x$

Creemos en este proceso que el no escribir los datos dados y lo que se debe encontrar le priva de tener a la vista elementos orientadores, lo cual puede dificultar aplicar sus conocimientos de manera correcta. Pero él no tenía el conocimiento de las

preguntas dadas a los participantes en el experimento y solo asumió las indicaciones de resolver el problema y justificar su respuesta.

A medida que el experimento de enseñanza se desarrolló, los estudiantes dependían cada vez más de su propia revisión de la escritura de sus procedimientos en lugar de pedir a sus compañeros de clase o maestro que les dijeran si las soluciones estaban correctas.

Todos los estudiantes (10) finalmente lograron obtener respuestas correctas de los 12 problemas, pero algunos de ellos sólo después de la revisión de varios intentos fallidos. Las directivas de escritura eran generalmente útiles, pero por supuesto no para el éxito definitivo de todo el grupo de participantes. Un factor importante fue el gran esfuerzo y la cantidad de trabajo que invirtieron ellos en el experimento. Además estaban estudiando para sus exámenes de admisión al bachillerato y por lo tanto muy motivados. Fueron así mejor preparados que los estudiantes promedio de secundaria que no van a la educación superior. Esto puede explicar el por qué, ninguno de los estudiantes siente la necesidad de utilizar material concreto para aclarar los problemas.

Conclusiones

En el experimento de enseñanza, las directivas de escritura usadas para guiar el proceso de resolución de problemas son generalmente útiles para los estudiantes. La primera y tercera fase del plan para la resolución de problemas ayudó a los estudiantes a aclarar el enunciado del problema, la simple acción de identificar los datos y las relaciones dadas en la formulación del problema, así como lo que se busca. El comenzar a trabajar con la escritura explícitamente a la vista de estos elementos, ofrece una orientación inicial que ayuda a los estudiantes a tomar en cuenta las relaciones y condiciones pertinentes, evitar errores, y así movilizar sus conocimientos en una dirección correcta.

Particularmente, también, fue importante el esfuerzo para producir justificaciones claras y explícitas de los pasos para obtener la solución. Ese esfuerzo ayudó a comprobar sus respuestas y tomar conciencia de las fuentes de error y facilitó la rectificación de los intentos fallidos de solución. Estos procesos de fomentar el desarrollo de habilidades de autorregulación en el experimento de enseñanza se manifiestan en como los estudiantes progresivamente dependían cada vez más de su propia revisión de procedimientos escritos para evaluar y corregir sus soluciones.

REFERENCIAS

- Collis, C., Israel S., Bauserman, K., Kinnuncan, K (2005) *Metacognition in Literacy Learning. Theory, Assessment, Instruction, and Professional Development*. London: LEA
- Flavell, J. H., Miller, P. H., & Miller, S. A. (2002). *Cognitive development*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- Hartman, J. (Ed.) (1998). Metacognition in teaching and learning: An Introduction. *Instructional Science* 26 (1-2), 1-3, ISSN 0020-4277 (Print) 1573-1952 (Online) DOI: 10.1023/A:1003023628307.
- Henning, E., Gravett, S. & van Resburg, W. (2002). *Finding your way in academic writing*. Cape Town: Van Schaick Publishers.

- Hyde, A. & Hyde, P. (1991) *Mathwise: teaching mathematical thinking and problem solving*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Hyde A. A, (2006). *Comprehending Math Adapting Reading Strategies to Teach Mathematics K-6*. Portsmouth, NH: Heinemann
- Pólya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Schoenfeld, A.H. (1985a). Metacognitive and epistemological issues in mathematical understanding. En E.A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 361-379). London: LEA.
- Schoenfeld, A. H. (1985b). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic Press
- Schoenfeld, A.H. (1987). What's all the fuss about metacognition? En A.H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 189-215). London: LEA.
- Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense making in mathematics. En D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning*. (pp. 334-370). New York: MacMillan.
- Veenman, M. (2012). Metacognition in Science Education: Definitions, Constituents, and Their Intricate Relation with Cognition. *Metacognition in Science Education: Trends in Current Research*. DOI: 10.1007/978-94-007-2132-6. ISBN 978-94-007-2131-9 USA: Springer.
- Zohar A. and Dori J. Y. (eds.) (2012). *Metacognition in Science Education: Trends in Current Research*, DOI 10.1007/978-94-007-2132-6. ISBN 978-94-007-2131-9 USA: Springer.