

SOCIOEPISTEMOLOGÍA: MATEMÁTICAS Y MEDICINA INTERNA. ELEMENTOS PARA EL ESTUDIO DEL PRINCIPIO ESTRELLA

Gloria Angélica Moreno Durazo
Cinvestav-IPN
gamoreno@cinvestav.mx

Ricardo Cantoral Uriza
Cinvestav-IPN
rcantor@cinvestav.mx

En el presente documento se expone como anteproyecto la investigación cuya hipótesis central es la existencia de principios que sustentan las actividades propiamente matemáticas. Hemos identificado la intervención, del que denominamos principio estrella (P^), en las prácticas predictivas del ser humano; ejemplificamos esto con el problema de los tres cuerpos restringido. Sin embargo, nuestro objetivo de investigación es determinar el papel que juega dicho principio en las prácticas del médico especializado en medicina interna durante la diagnosis de una situación limítrofe. Esto tiene como propósito final proporcionar evidencia sobre la idea que el P^* es una forma de pensamiento asociado a la predicción de fenómenos; lo cual consideramos favorece en el ámbito educativo al incluir elementos sobre “lo variacional” en otros escenarios.*

Palabras clave: principio estrella, socioepistemología, predicción, medicina.

Introducción

Nuestra investigación se interesa por entender los razonamientos que siguen los individuos al momento de predecir fenómenos de naturaleza diversa. Concebimos a la predicción como una práctica inherente a la actividad humana, presente en las actividades individuales o colectivas durante el desarrollo de actividades profesionales, escolares o personales. Respecto a esta práctica se han realizado estudios con diferentes enfoques, en (Puente, 1998; Chiou y Anderson, 2010) se considera a la predicción como una herramienta para el análisis en aspectos cognitivos entendiéndola como un acto mental.

En (Lim, Buendía, Kim, Cordero y Kasmer, 2010) se menciona que la predicción, como un recurso dentro del salón de clases, produce beneficios en la revelación de las concepciones de los estudiantes, además, si es entendida como una actividad matemática es importante en el razonamiento del estudiante y, por último, se menciona

que la predicción fomenta el aprendizaje matemático. Por otro lado, para González (2010) la predicción es considerada como objetivo de la ciencia, como prueba para evaluar teorías científicas y como un paso previo a la toma de decisiones en problemas concretos.

Para esta investigación el interés principal se encuentra en el estudio de las prácticas que sigue el individuo cuando se enfrenta a la necesidad de predecir, considerando un enfoque distinto a los que hemos planteado. Nos ubicamos en la sub-línea de investigación de Pensamiento y Lenguaje Variacional (PyLVar), donde su objetivo central son las formas culturales de apropiación del cambio con fines predictivos. El PyLVar no reduce sus objetivos de investigación al ámbito de lo cognitivo (lo covariacional), lo didáctico (modelación funcional) o lo epistemológico (matemática de las magnitudes variables) separadamente, sino que las agrupa en el ámbito de lo social de manera sistémica. A esta articulación teórica se le ha denominado Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (Cantoral, 2013).

Por otra parte, los paradigmas que surgen para atender la necesidad de predecir fenómenos evolucionan a la par de la ciencia. En el modelo científico clásico sólo basta conocer las leyes que determinan el comportamiento del sistema y ciertas condiciones para predecir su comportamiento futuro o pasado; para Gershenson (2013a) esta manera de hacer ciencia ha colaborado con la construcción de conocimiento, no obstante en la actualidad es vista como un tope en su desarrollo, es decir, se ha visto rebasada por la complejidad inherente de los sistemas a los que ha ayudado a generar

La Teoría de la Complejidad es parte esencial en el cambio de paradigma sobre la racionalidad científica, entendiendo a los sistemas complejos como un conjunto de unidades que interactúan entre sí, de esa interacción surgen nuevas propiedades (emergente) que no están presentes en las unidades. Gershenson (2013b) resalta la importancia de estudiar las interacciones ya que generan información que no está presente en las partes pero es esencial para su funcionamiento y, por ende, esencial para el sistema.

Es esto la base de nuestra investigación, abordamos la problemática de la predicción no para fenómenos de tipo deterministas, donde la predicción se da en

relación a las condiciones iniciales del sistema y en modelos matemáticos, sino que estamos interesados en fenómenos en escenarios relativos al caos. De esta manera, podemos ampliar los escenarios de significación de la predicción en situaciones de cambio y variación no determinísticos, aspectos no tratados aún por la sub-línea de investigación de PyLVar.

Problemática de investigación

La hipótesis central de nuestra investigación es que en la base de la creación matemática se encuentran pocos, pero profundos principios que mediante iteraciones producen la estructura compleja que caracteriza esta rama del saber humano. En particular, en la investigación doctoral se centra la atención en el que denominamos principio estrella (P^*). Postulamos este principio como un pensamiento involucrado en las prácticas predictivas, esto es, cuando el individuo necesita predecir pone en uso un tipo de razonamiento relacionado al estudio de las pequeñas variaciones.

Esta hipótesis sobre el P^* surge en nuestro grupo de investigación al estudiar el problema de los tres cuerpos, donde se aborda la predicción de la posición de tres cuerpos celestes que se atraen mutuamente. Este problema es un ejemplo de las dinámicas caóticas y al cual recurrimos para plantear las bases del este principio.

El problema general de n cuerpos es propuesto por Isaac Newton (1642-1727), quien predice de manera exacta sobre el sistema en el que solamente intervienen dos cuerpos celestes, mediante la Ley de la Gravitación Universal (Cantoral, 1990). Sin embargo, el sistema se vuelve caótico a partir de $n > 2$, es decir, la predicción exacta de las posiciones de planetas, bajo los paradigmas científicos de la época, no era posible y sin embargo, la búsqueda por la predicción orienta la construcción de una solución particular.

Para dar solución al problema de los tres cuerpos Leonhard Euler (1707-1783) agrega, a la relación establecida por Newton para dos cuerpos, un tercer cuerpo de masa despreciable comparada con las masas de los otros dos cuerpos. Al considerar la tercera masa despreciable, trata el problema como un sistema de dos masas, debido a que la

influencia gravitacional del tercer cuerpo es despreciable al ser su masa muy pequeña comparada con las otras (Euler, 1775).

Esta solución particular del problema se conoce como problema de los tres cuerpos restringido y es donde identificamos al P*. Este principio se manifiesta mediante los niveles de constantificación estudiados por Cantoral (1990); donde el primer nivel se refiere a la elección de las variables que afectan significativamente al sistema estudiado, pudiendo despreciar otras. En la solución particular de Euler, observamos esto al considerar como variables: posición inicial, velocidad, masa, y atracción gravitacional.

El segundo nivel se refiere a la elección de los órdenes de variación que se estudiará, de manera que puede considerarse que un fenómeno involucra únicamente variaciones de primer orden, o bien, considerar que interviene una variación de segundo orden y despreciar otros mayores. En la solución de Euler, identificamos el segundo nivel de constantificación en la elección sobre la masa del tercer cuerpo, considerando que ésta sea muy pequeña con relación a la masa de los otros dos cuerpos, dado que al hacer esto, los efectos gravitacionales del tercer cuerpo no afectan significativamente a los otros dos, y en ese sentido, los órdenes de variación son pequeños, lo que permite establecer predicciones.

De esta manera, postulamos al P* como una forma de pensamiento asociado a la predicción de fenómenos, que se caracteriza por la selección de las variables que se consideran significativas para la predicción, y por la selección del orden de variación más pequeño necesario para construirla. Con esto en mente, nuestro interés es identificar la participación del P* en las prácticas que sigue el médico internista en el diagnóstico (práctica predictiva) de una situación limítrofe.

Problema de investigación

Nuestra hipótesis de investigación radica en que en la Medicina Interna existen situaciones similares a la del problema de los tres cuerpos, en las cuales se recurre al principio estrella para poder predecir; estas situaciones son las que llamamos limítrofes. Para la Medicina, estas situaciones están caracterizadas por la imposibilidad de

predicción plena y el hecho de que pequeñas perturbaciones en el cuerpo humano, considerado desde la teoría de la complejidad como un sistema complejo (Carpio, 2012), pueden ocasionar la muerte o desencadenar un proceso que paulatinamente conduzca a la mejora en la salud del paciente.

Algunos ejemplos de situaciones limítrofes en medicina pueden ser las enfermedades que son totalmente diferentes a las que se tiene registro a un momento dado o enfermedades conocidas pero se presenta en un sector diferente de la población que no mostraba esos síntomas; además, una situación límite también puede darse en el caso de algún accidente en el que todo está cambiando drásticamente en el cuerpo del paciente.

Consideramos que en el tratamiento de las situaciones limítrofes, el internista pone en acción al principio estrella, pues el médico debe realizar pequeñas variaciones sobre el sistema (cuerpo del paciente) con la intención de predecir la evolución de la enfermedad con la que se enfrenta y lograr de éste una tendencia a la estabilidad que le brinde salud al paciente; análogo al problema de los tres cuerpos restringidos donde la pequeña variación (masa del tercer cuerpo despreciable) permite la predicción.

Tenemos la hipótesis que los profesionistas de la Medicina Interna usan principio estrella en su práctica, esto por su visión sistémica de las enfermedades, porque su campo de acción se centra en la atención de pacientes en el que coexisten varias enfermedades y, por tanto, presentan una gran diversidad de síntomas; además, el internista se enfrenta a las situaciones en las que consideramos se pone en uso el principio estrella (situaciones limítrofes).

Objetivo de investigación

De esta manera, el objetivo de esta investigación es analizar la participación del principio estrella en las prácticas que llevan al médico internista a proporcionar un diagnóstico. La investigación será conducida con una visión socioepistemológica ya que nos interesa comprender no sólo la naturaleza del conocimiento de los médicos internistas sino también su uso en una situación particular (proceso de diagnosis). Nuestras preguntas de investigación son: ¿cómo interviene la predicción en el

diagnóstico en Medicina?, ¿cuáles son las prácticas y argumentaciones que ponen en juego los médicos internistas al diagnosticar?

Elementos teóricos

Para la línea de investigación de PyLVar el objetivo central de las formas culturales de apropiación, exige de una estructuración de las prácticas, que acompañan a los objetos matemáticos. Esto precisa de la anidación de prácticas, relativas al estudio del cambio y la variación. Entendemos por cambio a la modificación de estado de un cuerpo, sistema u objeto, mientras que la variación resulta ser una cuantificación de ese cambio. Por tanto, estudiar lo variacional implica identificar aquello que cambia, cuantificar sus cambios y analizar cómo varían los cambios, lo que permite realizar predicciones sobre fenómenos, exige por tanto de un sistema de referencia, un origen y de unidades de medida.

Al momento, los estudios sobre el PyLVar en ámbitos multidisciplinarios se han ocupado del examen del cambio y la variación bajo sistemas determinísticos propios de las ciencias físicas: abundan estudios sobre la caída libre o el plano inclinado, la dinámica y la cinemática de cuerpos o las distintas modalidades de las dinámicas poblacionales con crecimiento exponencial. En todos ellos, el estado futuro del sistema dinámico depende sólo de las condiciones de partida (estado inicial y condiciones de frontera determinados por una única ley de movimiento). En este escenario, la predicción es alcanzada mediante modelos matemáticos cuya resolución precisa de la convergencia de la serie de Taylor en un dominio dado. Pues el estado futuro, digamos $f(x + h)$, depende los valores de partida: $h, f(x), f'(x)$, etc., mediante la expresión:

$$f(x + h) = f(x) + \frac{f'(x)h}{1!} + \frac{f''(x)h^2}{2!} + \frac{f'''(x)h^3}{3!} + \dots$$

El problema que ahora abordamos es el de ampliar los escenarios de significación de la predicción en situaciones de cambio y variación hacia escenarios no determinísticos, eventualmente escenarios relativos al caos. Para ello elegimos un caso de la medicina interna cuyos pacientes se ubican en lo que llamamos situación limítrofe

(Moreno y Cantoral, 2015); situación sobre la que la predicción clásica (determinística) no opera de la manera descrita anteriormente.

Para el desarrollo de las ideas planteadas recurrimos al análisis de documentos como método de recolección de datos. Con la intención de acercarse a la comunidad de médicos internistas se revisaron documentos sobre las herramientas predictivas a las que recurre el médico durante el proceso de diagnóstico; específicamente, sobre el electrocardiograma (ECG) que es el registro gráfico de la actividad eléctrica del corazón.

Posteriormente, se articularon las técnicas de la lectura sistemática del electrocardiograma con las investigaciones en el PyLVar sobre estrategias variacionales, caracterizadas por ser el punto de partida para el análisis del cambio pues permite identificar aquello que cambia en una situación, cuantificarlo y analizar sus formas de cambio (Caballero, 2012; Salinas, 2003). Con esta articulación perfilamos al médico como partícipe de una situación de variación, el cual recurre al uso de las estrategias variacionales en la lectura del electrocardiograma.

Estrategias variacionales en la lectura del electrocardiograma

Explicamos a continuación los elementos básicos del funcionamiento del corazón, el cual está separado por aurículas y ventrículos, ambos separados en lado derecho y lado izquierdo, a través de éstos se puede irrigar de sangre a todo el sistema mediante su contracción-relajación. Estos fenómenos de contracción y relajación alternadas son provocados por los cambios de polaridad en las células cardiacas mediante el intercambio de iones de sodio, potasio y calcio; es decir, al ocurrir el intercambio de estos iones en el interior y exterior de la célula se producen los procesos de despolarización y repolarización del conjunto de células, que mediante un sistema de conducción alcanza todo el músculo del corazón.

Para el registro de los procesos de despolarización y de repolarización se construye un sistema de referencia que permita medir la diferencia de potencial en las células cardiacas, este sistema de referencia lo constituyen generalmente doce puntos de observación (derivaciones), los cuales permiten “ver” el corazón desde distintos ángulos

en el plano horizontal y vertical que son generadas por electrodos ubicados en lugares estratégicos.

El uso de las estrategias variacionales de comparación y de seriación es elemental en el estudio de la variación, mientras que las estrategias de estimación y predicción se consideran más avanzadas pues requieren, además del estudio de las variaciones, procesos cognitivos de abstracción, síntesis y el uso de esa información para la anticipación (Caballero, 2012). En ese sentido, mostramos enseguida situaciones en la interpretación del ECG donde se hace uso de la comparación y la seriación, entendiendo que la predicción y la estimación se ven reflejadas en el proceso de diagnóstico y el tratamiento que se proporciona a los pacientes.

La despolarización auricular se representa en el ECG con la onda P, la despolarización de los ventrículos se representa con el complejo QRS y la repolarización ventricular está representada con la onda T (figura 1). Respecto a la estrategia variacional de seriación la identificamos, por ejemplo, cuando el médico analiza el segmento PR, el cual empieza en la onda P y termina al inicio de la onda Q o la onda R, en la búsqueda de posibles bloqueos auriculo-ventriculares. Una de las características en el ECG del bloqueo auriculo-ventricular de segundo grado Mobitz I es el alargamiento progresivo del intervalo PR hasta que una onda P se bloquea, es decir, no se sigue de un complejo QRS (Castellano, Pérez, Attie, 2004); sostenemos que para identificar este alargamiento progresivo el médico debe analizar varios ciclos completos en algunas derivaciones, lo que caracteriza precisamente a la seriación que a diferencia de la comparación requiere del análisis de más de dos estados.

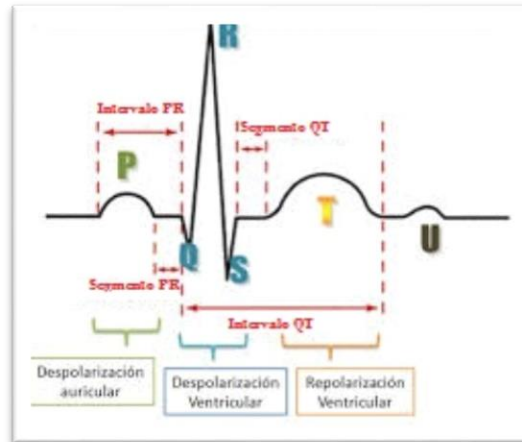


Figura 1. Ciclo unitario de despolarización y repolarización cardíaca.

Identificamos en el cálculo del eje cardíaco, el cual proporciona una visión global de la actividad eléctrica del corazón, la estrategia variacional de comparación. Este cálculo surge de la identificación de las derivaciones en las que el voltaje registrado en el complejo QRS es mayor y donde el gráfico del complejo QRS es isodifásico, es decir, hay una “compensación” entre las magnitudes de la onda positiva (onda R) y de la negativa (onda S). Esto es, se tiene que comparar el complejo QRS en todas las derivaciones y elegir la que cumpla con las características señaladas, con base en ellas se hace el cálculo del eje cardíaco.

Reflexiones finales

La articulación que mostramos entre la Matemática, la Matemática Educativa y la Medicina, al establecer lazos entre investigaciones del PyLVar y la lectura del electrocardiograma, nos permite entender cómo es tratado el cambio y la variación por los médicos internistas. Respecto a esto, se pretende avanzar en la investigación sobre el estudio que hace el médico cuando el sistema es perturbado de manera externa, por ejemplo, con la aplicación de un marcapasos artificial al corazón.

Creemos que lo anterior nos va a permitir alcanzar el objetivo de investigación planteado, el cual versa sobre que el razonamiento, durante el diagnóstico de una situación limítrofe, que sigue el médico internista es el principio estrella.

Referencia Bibliográfica

- Caballero, M. (2012). *Un estudio de las dificultades en el desarrollo del lenguaje y pensamiento variacional en profesores de bachillerato*. Tesis de maestría no publicada. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. DF: México.
- Cantoral, R. (1990). *Categorías Relativas a la apropiación de una base de significaciones para conceptos y procesos matemáticos de la Teoría Elemental de las Funciones Analíticas. Simbiosis y predación entre las nociones de "el Prædicere" y "lo Analítico"*. Tesis Doctoral no publicada. México: Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento matemático*. Gedisa: Barcelona.
- Castellano, C., Pérez, M., Attie, F. (2004). *Electrocardiografía clínica*. Elsevier: Madrid.
- Carpio, G. (2012). La medicina trans-compleja, un paradigma nuevo pero en constante evolución. *Revista Médico Científica "Luz y Vida"* 3 (1), 3.
- Chiou, G. y Anderson, O. R. (2010). A study of undergraduate physics students' understanding of heat conduction based on mental model theory and an ontology–process analysis. *Science Education* 94 (5), 825-854.
- Euler, L. (1775). *Considérations sur Probleme des Tois Corps*. Opera Omnia, 194 -220.
- Gershenson, C. (2013 a). ¿Cómo hablar de complejidad?. *Llengua, Societat i Comunicació* 11, 14–19.
- Gershenson, C. (2013b). Facing complexity: Prediction vs. adaptation. En Massip-Bonet, Àngels; Bastardas-Boada, Albert (Eds.). *Complexity Perspectives on Language, Communication and Society* (p. 3-14). Doi 10.1007/978-3-642-32817-6_2.
- González, W. (2010). *La predicción científica. Concepciones filosófico-metodológicas desde H. Reichenbach a N. Rescher*. Barcelona, España: Editorial Montesinos.
- Lim, K. H., Buendía, G., Kim, O. K., Cordero, F., y Kasmer, L. (2010). The role of prediction in the teaching and learning of mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(5), 595-608.
- Moreno, G., Cantoral, R. (2015). Socioepistemología: Medicina y Matemáticas. Elementos para el estudio de principio estrella. En F. Rodríguez y R. Rodríguez (Eds.). *Memoria de la XVII Escuela de Invierno en Matemática Educativa. La Profesionalización Docente desde los Posgrados de Calidad en Matemática Educativa* 17, 59-66. Oaxaca: CIMATES
- Puente, A. (1998). *Cognición y aprendizaje. Fundamentos psicológicos*. Madrid, España: Ediciones Pirámide.

Salinas, S. (2003). *Un estudio sobre la evolución de ideas variacionales en los cursos introductorios al cálculo*. Tesis de maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. DF: México.