



Proyecto Enseñanza del Cálculo

Seminario Virtual sobre la Enseñanza del Cálculo

Programa de Actividades Primer Semestre del 2011

Comité Académico:

Dr. Armando Cuevas (DME-CINVESTAV-IPN).
Dr. Humberto Madrid (CIMA-UAdeC)
Dra. Magally Martínez (CUX-UAEMex).
Dr. Otilio Mederos A. (FCFM- UAdeC)
Dr. François Pluvinage (IREM-STRASBOURG-FRANCE).
Dr. Hugo R. Mejía (DME-CINVESTAV-IPN).

Responsable del Seminario:

Dr. Armando Cuevas (DME-CINVESTAV-IPN).
Dr. François Pluvinage (IREM-STRASBOURG-FRANCE).
Dr. Hugo R. Mejía (DME-CINVESTAV-IPN).

Introducción

A. Cuevas, M. Martínez y F. Pluvinage.

Al ser el Cálculo Diferencial e Integral una materia obligada en la currícula de las carreras de ingeniería, ciencias e incluso en carreras del área de ciencias sociales, uno de los problemas que más preocupa a la comunidad educativa es el alto índice de reprobación; como muestran diversos reportes de instituciones de educación superior (ANUIES, 2002). Tradicionalmente los resultados de aprobación que se obtienen en un curso de Cálculo son muy bajos, esto es palpable en las carreras de ingeniería en México, donde en este curso se tienen porcentajes de reprobación de más del 70%. Esta situación se presenta también en muchas otras instituciones incluso del extranjero, por ejemplo Tall (1996) nos menciona citando a Anderson & Loftsgaarden (1987) y a Peterson (1987), que a pesar de que los alumnos se someten a un régimen pesado de ejercicios de Cálculo, el porcentaje de fracasos en este tema oscila entre el 30% y 50% (Steen, 1987; Cuevas, 1996; Baker et.al., 2001).

Indudablemente que una de las posibles razones de este fracaso es que la enseñanza de las matemáticas, y en particular el Cálculo, se polariza en dos extremos, por un lado ésta se conduce con una fuerte carga operativa en deterioro de la parte conceptual, y por otro lado, la enseñanza del Cálculo se ejerce con fuerte herencia de la matemática formal. Ambas conducen a una pobre comprensión de los conceptos y de su aplicación.

Haría falta rescatar el desarrollo del Cálculo mediante problemas de cambio y variación surgidos de la física, los cuales ayudan a reforzar la intuición. En la actualidad, los problemas



Proyecto Enseñanza del Cálculo

Seminario Virtual sobre la Enseñanza del Cálculo

de cambio y variación son ejemplos de aplicación del Cálculo; es decir, se estudian después de que se ha desarrollado la teoría, y no como surgió históricamente.

Otro importante factor de fracaso, que observamos en los resultados obtenidos por los estudiantes en pruebas diagnósticas, tiene que ver con las deficiencias en el conocimiento del concepto general de función y de los conceptos relacionados (variable independiente, variable dependiente, parámetro, ecuación). Pretendemos compensar estas deficiencias no con cursos remediales, cuyos efectos nunca son satisfactorios, sino con el uso adecuado de los recursos de la computación; para ello se ha elaborado un test diagnóstico que muestre de manera puntual cuáles son las deficiencias en los requisitos que oficialmente aparecen en el temario de un curso de Cálculo.

Nuestra tarea en el seminario consiste en realizar un estudio del arte y diseñar e instrumentar actividades para la promoción de una mejor comprensión de los conceptos básicos y fundamentales del Cálculo, dentro de los primeros cursos de matemáticas en la universidad. Para llevar a cabo, de acuerdo a nuestra experiencia, dichas actividades es necesario instrumentar un cuidadoso diseño didáctico, además de utilizar los recursos tecnológicos que se tienen hoy en día para cada una de las actividades por producir. Por ello, proponemos apoyarnos en *principios didácticos* (Cuevas & Pluinage, 2003), que se pueden resumir en el acrónimo PAC, como *Proyectos de Acción Concretos*.

El seminario Enseñanza del Cálculo sesiona cada 15 días y en él se tiene la participación de investigadores de diversas instituciones como son:

- ✓ UNAM (Universidad Nacional Autónoma de México <http://www.unam.mx/>).
- ✓ UACM (Universidad Autónoma de la Ciudad de México <http://www.uacm.edu.mx/>).
- ✓ UAEMex (Universidad Autónoma del Estado de México, Valle de Chalco <http://cux.uaemex.mx/>).
- ✓ UNISON (Universidad de Sonora <http://www.uson.mx/>).
- ✓ UAdeC (Universidad Autónoma de Coahuila http://www.uadec.mx/portal/page?_pageid=35,1&_dad=portal&_schema=PORTAL).
- ✓ UH (Universidad de la Habana, Cuba).
- ✓ CUJAE (Centro Universitario José Antonio Echeverría en Cuba).
- ✓ UACJ (Universidad Autónoma de Ciudad Juárez <http://www.uacj.mx/Paginas/UACJ.aspx>).



Proyecto Enseñanza del Cálculo

Seminario Virtual sobre la Enseñanza del Cálculo

- ✓ UTCJ (Universidad Tecnológica de Ciudad Juárez <http://www.utcj.edu.mx/>).
- ✓ UJED (Universidad Juárez del Estado de Durango <http://www.ujed.mx/portal/index.aspx>).
- ✓ UAZ (Universidad Autónoma de Zacatecas <http://www.uaz.edu.mx/>).
- ✓ ESIME-IPN (Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica del Instituto Politécnico Nacional http://www.esimez.ipn.mx/WPS/WCM/CONNECT/ESIME_ZACATENCO/ESIME_ZACATENCO/INICIO/INDEX.HTM).
- ✓ UV (Universidad Veracruzana <http://www.uv.mx>)



Proyecto Enseñanza del Cálculo

Seminario Virtual sobre la Enseñanza del Cálculo

Este semestre, las sesiones comienzan a partir del día viernes 2 de septiembre de 2011, en el horario habitual de las 10:00 a las 12:00 hrs., quedando la programación de la siguiente manera:

EXPOSICIONES Y CONFERENCIAS

Sesión 1

Conferencia: Aplicaciones del Cálculo al área de Químico Biológicas. Una experiencia con estudiantes de Q. B.

Expositor: Dr. José Luis Díaz Gómez

Resumen: El proceso educativo actual exige de un profesional preparado, capaz y presto para aplicar conocimientos y construirlos para dar solución a problemas nuevos. La formación del profesional debe estar ligada a las exigencias del desarrollo de la profesión.

En esta plática se relata una experiencia que se lleva a cabo con estudiantes con el propósito de propiciar en los estudiantes la utilización de modelos matemáticos en situaciones prácticas del área de Q. B., como vía para contribuir al desarrollo de sus habilidades en la solución de problemas en la vida fuera del aula.

Algunas de las aplicaciones vistas son:

1. El alcohol en el cuerpo.
2. El cálculo aplicado a las tasas de reacciones químicas.
3. Modelado matemático de epidemias
4. Propagación de una enfermedad infecciosa.
5. Midiendo el gasto cardiaco.
6. Salvando una víctima de envenenamiento.
7. Despertar al olor del café.
8. Quemando calorías.

Institución: Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora.

Fecha: Viernes 2 de septiembre de 2011 de 10:00 a 12:00 hrs.

Sesión 2

Artículo: Natural and Formal Infinities (segunda parte).

Autor: David Tall

Revista: Educational Studies in Mathematics, vol. 48, pp. 199-238, 2001

Resumen: Concepts of infinity usually arise by reflecting on finite experiences and imagining them extended to the infinite. This paper will refer to such personal conception as *natural infinities*. Research has shown that individuals' natural conceptions of infinity are 'labile and self-contradictory' (Fischbein et al., 1979, p. 31). The formal approach to mathematics in the twentieth century attempted to rationalize these inconsistencies by selecting a finite list of specific properties (or axioms) from which the conception of a *formal infinity* is built by formal deduction. By beginning with different properties of finite numbers, such as *counting*, *ordering* or



Proyecto Enseñanza del Cálculo

Seminario Virtual sobre la Enseñanza del Cálculo

arithmetic, different formal systems may be developed. Counting and ordering lead to *cardinal* and *ordinal* number theory and the properties of arithmetic lead to ordered fields that may contain *infinite* and *infinitesimal* quantities. Cardinal and ordinal numbers can be added and multiplied but not divided or subtracted. The operations of cardinals are commutative, but the operations of ordinals are not. Meanwhile an ordered field has a full system of arithmetic in which the reciprocals of infinite elements are infinitesimals. Thus, while natural concepts of infinity may contain built-in contradictions, there are several different kinds of formal infinity, each with its own coherent properties, yet each system having properties that differ from the others. The construction of both natural and formal infinities are products of human thought and so may be considered in terms of 'embodied cognition' (Lakoff and Nunez, 2000). The viewpoint forwarded here, however, is that formal deduction focuses as far as possible on formal logic in preference to perceptual imagery, developing a network of formal properties that do not depend on specific embodiments. Indeed, I shall show that formal theory can lead to *structure theorems*, whose formal properties may then be re-interpreted as a more subtle form of embodied imagery. Not only can natural embodied theory inspire theorems to be proved formally, but formal theory can also feed back into human embodiment, now subtly enhanced by the underlying network of formal relationships.

Expositor: Grupo de investigación.

Institución: Universidad Autónoma de Coahuila.

Fecha: Viernes 23 de septiembre del 2011 de 10:00 a 12:00 hrs.

Replica: Universidad Autónoma del Estado de México, Unidad Chalco.

Sesión 3

Artículo: Letting The Intuitive Bear On The Formal; A Didactical Approach For The Understanding Of The Limit Of A Sequence.

Autora: Joanna Mamona-Downs

Revista: Educational Studies in Mathematics, vol. 48, pp. 259-288, 2001

Resumen: This theoretical paper provides: (1) a presentation of some tasks that may be regarded as typical sources for forming students' intuitions and first understandings about limiting processes of real sequences, (2) an analysis of the formal definition of limit via identifying roles for each symbol that occurs to achieve a mental image firmly consonant with the definition, and (3) a description of how this mental imagery may be used to reexamine the validity of some intuitive beliefs. In particular a persistent issue found in (1) is that the sources encourage an intuitive image of a sequence as having an ultimate term associated with the limit; it is this belief that is mostly discussed in (3).

Expositor: Grupo de investigación.

Institución: UAZ (Universidad Autónoma de Zacatecas).

Fecha: Viernes 7 de octubre del 2011 de 10:00 a 12:00 hrs.

Replica: Universidad Autónoma de Ciudad Juárez.



Proyecto Enseñanza del Cálculo

Seminario Virtual sobre la Enseñanza del Cálculo

Sesión 4

Artículo: One of Berkeley's arguments on compensating errors in the calculus.

Autor: Kirsti Andersen.

Revista: Historia Mathematica, vol. 388, pp. 219-231, 2011

Resumen: This paper addresses three questions related to George Berkeley's theory of compensating errors in the calculus published in 1734. The first is how did Berkeley conceive of Leibnizian differentials? The second and most central question concerns Berkeley's procedure which consisted in identifying two quantities as errors and proving that they are equal. The question is how was this possible? The answer is that this was not possible, because in his calculations Berkeley misguided himself by employing a result equivalent to what he wished to prove. In 1797 Lazare Carnot published the expression "a compensation of errors" in an attempt to explain why the calculus functions. The third question is: did Carnot by this expression mean the same as Berkeley?

Expositor: Grupo de investigación.

Institución: Universidad Tecnológica de Ciudad Juárez.

Fecha: Viernes 21 octubre del 2011 de 10:00 a 12:00 hrs.

Replica: Universidad Autónoma de Coahuila.

Sesión 5

Artículo: Emergent modeling: discrete graphs to support the understanding of change and velocity.

Autores: L. M. Doorman y K. P. E. Gravemeijer

Revista: ZDM Mathematics Education vol. 41, pp. 199-211, 2009

Resumen: In this paper we focus on an instructional sequence that aims at supporting students in their earning of the basic principles of rate of change and velocity. The conjectured process of teaching and learning is supposed to ensure that the mathematical and physical concepts will be rooted in students' understanding of everyday-life situations. Students' inventions are supported by carefully planned activities and tools that fit their reasoning. The central design heuristic of the instructional sequence is emergent modeling. We created an educational setting in three tenth grade classrooms to investigate students' learning with this sequence. The design research is carried out in order to contribute to a local instruction theory on calculus. Classroom events and computer activities are video-taped, group work is audio-taped and student materials are collected. Qualitative analyses show that with the emergent modeling approach, the basic principles of calculus can be developed from students' reasoning on motion, when they are supported by discrete graphs.

Expositor: Grupo de investigación.

Institución: Universidad Juárez del Estado de Durango.

Fecha: Viernes 4 de noviembre de 2011 de 10:00 a 12:00 hrs.

Replica: Departamento de Matemática Educativa.



Proyecto Enseñanza del Cálculo

Seminario Virtual sobre la Enseñanza del Cálculo

Sesión 6

Artículo: Visualization at university level. The concept of integral

Autoras: Souto-Rubio B, Gómez-Chacón I.

Revista: Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, vol. 16, pp. 217-246, 2011. IREM de Strasbourg

Resumen: In recent years, several studies have highlighted the importance of tackling the students' difficulties in understanding of the concept of the integral. This study carried out with the first year students of the Mathematics Degree at the Universidad Complutense de Madrid, presents a deeper insight into these difficulties through data collected from a nonroutine problem questionnaire and semi-structured interviews. Some of these difficulties clearly have their origin in the coordination between the analytic and graphic registers. In the analysis of students' use of the graphic register, the distinction between two different functions of images (iconic and heuristic) is exploited productively. Moreover, a specific teaching of visualization is recommended. As a main contribution in this approach two examples of relevant characteristic of visualization that should be taken into account in this proposal are shown: a high cognitive requirement and the need of a global apprehension.

Expositor: Grupo de investigación.

Institución: Universidad Autónoma de Ciudad Juárez.

Fecha: Viernes 18 de noviembre de 2011 de 10:00 a 12:00 hrs.

Replica: Universidad de Sonora.

Sesión 7

Artículo: Mathematical reasoning in calculus textbook exercises.

Autor: Johan Lithner

Revista: Journal of Mathematical Behavior, vol. 23, pp. 405-427, 2004

Resumen: The aim of this paper is to study some of the strategies that are possible to use in order to solve the exercises in undergraduate calculus textbooks. It is described in detail how most exercises may be solved by mathematically superficial strategies, often without actually considering the core mathematics of the book section in question.

Expositor: Grupo de investigación.

Institución: Universidad Veracruzana.

Fecha: Viernes 2 de diciembre de 2011 de 10:00 a 12:00 hrs.

Replica: Universidad Autónoma de Zacatecas.