

# **PLAN DE ESTUDIOS DEL PROGRAMA DE DOCTORADO EN CIENCIAS ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICA EDUCATIVA**

**Vigente a partir de marzo de 2018**

## **PRESENTACIÓN**

El Programa de Doctorado en Ciencias Especialidad en Matemática Educativa del Departamento de Matemática Educativa (DME) del Cinvestav se puso en marcha por primera vez en el año de 1985 y, desde entonces, al segundo semestre de 2016 se han graduado 185 estudiantes. Actualmente el programa ha sido acreditado con el nivel de competencia Internacional que otorga el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt) mediante el Programa Nacional de Posgrados de Calidad (PNPC). Con fuertes nexos con instituciones similares de Latinoamérica, Norteamérica y Europa, se ha ubicado como un programa líder a nivel internacional en su campo.

Cabe aclarar que el presente *plan de estudios* establece normas y guías para el funcionamiento del Programa de Doctorado pero ante todo está sujeto a todas las disposiciones establecidas en el Reglamento General de Estudios de Posgrado del Cinvestav.

## **JUSTIFICACIÓN**

En la sociedad actual se requiere que los ciudadanos cuenten con conocimientos y habilidades matemáticas, y que entiendan a las matemáticas como un producto del desarrollo científico y cultural de la humanidad y como una herramienta para modelar situaciones reales y predecir o inferir hechos o comportamientos de los componentes de esas situaciones. Es importante además que ellos sepan utilizarlas productivamente en su vida profesional, social y cotidiana y que asuman una actitud positiva ante ellas. Las estrategias diseñadas en el sistema de educación escolarizada no han tenido éxito en la provisión de los medios para que la mayoría de los estudiantes cubra dichos requerimientos. Por muchos años se ensayaron multitud de propuestas para revertir la situación, antes de poder concluir que la problemática sobre la adquisición de las competencias matemáticas deseables en la escuela y en la vida cotidiana es un objeto de investigación.

La Matemática Educativa en México emergió de dos vertientes: por un lado, una profunda problemática nacional que se encaró con la elaboración de Planes de estudio, Programas y Libros de texto para la enseñanza básica del Sistema Educativo Nacional; y por el otro, una intensa actividad de investigación internacional enfocada a la problemática de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas, que ha tenido un significativo crecimiento desde los años setenta del siglo pasado hasta nuestros días. El programa de doctorado surgió de la necesidad de mantener, ampliar, profundizar y difundir el conocimiento de la investigación en Matemática Educativa y de coadyuvar a la resolución de los problemas vinculados con la Matemática Educativa que enfrentan las instituciones encargadas de enseñar los contenidos

matemáticos, los que afrontan los actores (maestros y alumnos) que participan en el acto educativo, así como los organismos de evaluación y políticas educativas.

## **DEFINICIONES**

El **Director de Tesis** de un estudiante es un profesor del Departamento cuya función es orientar y supervisar el desarrollo de la tesis del estudiante.

Un **Tutor** de un estudiante es un profesor, diferente al director, quien da seguimiento a la trayectoria del estudiante desde su ingreso hasta su titulación y busca soluciones a los problemas académicos de su tutorado que afecten su desempeño en el programa.

Un **Co-director de Tesis** de un estudiante es un profesor, con el grado de Doctor, posiblemente de otra Institución, que junto con el director orienta y supervisa el desarrollo de la tesis.

## **OBJETIVO DEL PROGRAMA**

El objetivo general del Programa de Doctorado en Ciencias con Especialidad en matemática Educativa es:

Formar recursos humanos con una preparación disciplinar sólida para realizar investigación original en el campo de la matemática educativa, capaces de formar y dirigir especialistas, así como de generar y poner en marcha innovaciones en la enseñanza de las matemáticas para las instituciones del sistema educativo nacional e internacional.

## **METAS**

Durante sus estudios el estudiante debe:

- Adquirir y desarrollar un conocimiento profundo de los fundamentos y principios de la disciplina que lo conduzca a formular y acotar un problema de investigación original.
- Llevar a cabo una revisión bibliográfica sobre su tema de investigación.
- Elaborar, adaptar o adoptar creativamente un marco conceptual o teórico para apoyar su investigación.
- Construir un marco metodológico pertinente para la investigación.
- Presentar un documento con la descripción del proyecto de investigación debidamente formulado y argumentado, y defenderlo en un examen público (examen predoctoral).
- Publicar los avances y resultados de la investigación mediante extensos en congresos y artículos en revistas de prestigio internacional en el campo.
- Interactuar con investigadores que compartan la misma línea de investigación.
- Escribir, sustentar y defender la tesis doctoral en tiempo y forma.

## PERFIL DE INGRESO

Los aspirantes al Programa de Doctorado deben:

- Conocer los fundamentos y la problemática general de la disciplina.
- Poseer competencias matemáticas, es decir, además de tener conocimientos básicos deben haber desarrollado habilidades en resolución de problemas, razonamiento, modelación y representación matemáticas.
- Identificar y plantear un problema de investigación en el campo.
- Diseñar un proyecto de investigación estructurado. Esto significa que debe insertarse en una problemática actual de la disciplina de matemática educativa, formular una(s) pregunta(s) u objetivos de investigación relevantes, presentar una amplia y razonada revisión bibliográfica y bosquejar un diseño metodológico que sea consistente con las preguntas u objetivos.
- Ser competentes en la lectura, análisis y síntesis de la bibliografía concerniente a una línea de investigación (incluyendo documentos en inglés).
- Ser capaces de escribir un informe de un proyecto de investigación o de alguna de sus partes.

## PROCEDIMIENTO DE INGRESO

Para que un aspirante pueda ingresar el Programa de Doctorado, aparte de los requisitos que se enumeran más adelante, debe presentar un Ante-proyecto de investigación avalado por un profesor del DME. Éste será su Director de Tesis cuando el aspirante sea admitido. Dicho ante-proyecto se evalúa mediante un proceso organizado por la Comisión de Admisión y Egreso del Doctorado (CAED) y el resultado se propone al Colegio de Doctorado donde se decide el resultado final.

Además de demostrar con su formación antecedente el perfil de ingreso requerido, los aspirantes deben presentar la siguiente documentación:

- Título de Licenciatura y Maestría. Es deseable que los aspirantes hayan realizado su licenciatura en las carreras de Matemáticas, Matemática Educativa, Ingeniería, Educación, Psicología, o Pedagogía y que hayan egresado con un promedio mayor o igual a 8.
- Certificado actualizado (no más de 1 año) de competencia en comprensión lectora de inglés, expedido por una de las siguientes instituciones: CELEX Politécnico, CELE UNAM, British Council en México, American English del Departamento de Estado, Instituto Anglo Mexicano de Cultura, o de alguna otra Institución de idiomas de igual o mayor prestigio que las mencionadas). **La acreditación de la competencia de comprensión de lectura del idioma se cumple cuando el aspirante obtiene una puntuación mayor o igual al 80% en la evaluación correspondiente. Esta competencia equivale al nivel B-2+ del Marco Común Europeo de Referencia para las Lenguas (MCER).**

- Cartas de recomendación
- Programa de trabajo para el primer año
- Acta de nacimiento, CURP, fotos.

## **PERFIL DE EGRESO**

Un egresado del Programa de Doctorado será capaz de:

- Formular y resolver problemas originales de investigación de importancia nacional e internacional referentes a la matemática educativa.
- Contribuir al desarrollo del estado del conocimiento de, al menos, una LGAC de la disciplina o generar nuevas líneas de investigación.
- Coadyuvar en las diferentes facetas del desarrollo curricular en matemáticas correspondientes al nivel escolar de su especialidad.
- Impartir docencia de alto nivel haciendo innovaciones basadas en resultados de investigaciones en Matemática Educativa.
- Fungir como sinodal en exámenes de grado y como árbitro en congresos y revistas de la disciplina. .
- Ejercer la profesión con valores éticos y rigor científico, además de tener como prioridad el beneficio de la sociedad.

## **PROCEDIMIENTO DE EGRESO**

Al solicitar fecha de examen final el estudiante habrá cumplido con:

- Aprobar el Examen pre-doctoral
- Publicar al menos un artículo de investigación producto del trabajo doctoral en el que el director de tesis aparezca como co-autor. No se considera el orden en que aparecen los autores. **La publicación del trabajo debe ser en una revista del campo que aparezca en los índices nacionales (Conacyt) o internacionales como Scopus o Web of Science. También podrán ser considerados los trabajos publicados en extenso en congresos internacionales como el PME, PMENA, CERME o capítulos de libros publicados por editoriales reconocidas (Springer, Elsevier, Taylor & Francis, etc.).**
- Participar en al menos uno de los Coloquios de Doctorado que organiza el DME.
- Acreditar la totalidad de Seminarios y el trabajo de Tesis del Plan de estudios.
- Completar Tesis Doctoral avalada por el jurado.

## **ESTRUCTURA GENERAL DEL PROGRAMA**

Las actividades del Programa de Doctorado se distribuyen a lo largo de 8 semestres divididas en dos etapas (Tabla 1). En los primeros 4 semestres, se deben acreditar 8 cursos, de los que

4 son *Seminarios Especializados (I, II, III, IV)* impartidos por el director de tesis y 4 son *Seminarios complementarios*, que son unidades de aprendizaje generales ofrecidas a toda la generación. En la segunda etapa, el estudiante se concentrará en llevar los Seminarios de Investigación (I, II, III y IV) cuyo responsable su director de tesis.

Tabla 1. ESTRUCTURA DEL PLAN DE ESTUDIOS		
PRIMERA ETAPA		
Primer semestre	Segundo semestre	
Seminario Especializado I Seminario de conocimientos complementarios I	Seminario Especializado II Seminario de conocimientos complementarios II	
Tercer semestre	EXAMEN PREDOCTORAL	Cuarto semestre
Seminario Especializado III Seminario de conocimientos complementarios III		Seminario Especializado IV Seminario de conocimientos complementarios IV
SEGUNDA ETAPA		
Quinto semestre	Sexto semestre	
Seminario de Investigación I	Seminario de Investigación II	
Séptimo semestre	Octavo semestre	
Seminario de Investigación III	Seminario de Investigación IV Trabajo de Tesis	
EXAMEN DE GRADO		

### SEMINARIOS ESPECIALIZADOS

Estas unidades de aprendizaje tienen como propósito profundizar en el tema de investigación de manera que se consolide el proyecto del estudiante, avanzando en la formulación de las preguntas, la revisión y estudio de la literatura, y el diseño metodológico, así como en la realización de exploraciones empíricas o estudios piloto que permitan poner a prueba dicho diseño. En general, la serie de *Seminarios Especializados (I, II, III, IV)* corresponderán a una de las siguientes *Líneas de Generación y Aplicación del Conocimiento (LGAC)* del programa:

- Cognición
- Enseñanza del cálculo y el análisis

- Entornos tecnológicos del aprendizaje de las matemáticas
- Estudios de género en Matemática Educativa
- Pensamiento aritmético y algebraico
- Construcción social del pensamiento matemático
- Didáctica de la estadística y la probabilidad
- Resolución de problemas
- Fundamentos, Historia y Epistemología de las Matemáticas
- De la Sustentación a la Prueba Matemática.

En cada seminario especializado que se imparta se agregará el nombre de la línea de investigación correspondiente, por ejemplo, “Seminario Especializado 1. Cognición”.

### **SEMINARIOS DE CONOCIMIENTOS COMPLEMENTARIOS**

El objetivo de los Seminarios de Conocimientos Complementarios es implicar a los estudiantes en actividades colectivas de la comunidad del DME para que amplíen su cultura en Matemática Educativa y perfeccionen las competencias necesarias para llevar a cabo con éxito su investigación. Cada Seminario concierne a alguna de las siguientes temáticas:

- Panorama de la Matemática Educativa
- Métodos y Técnicas de Investigación
- La Tecnología Digital en la Investigación en Matemática Educativa
- Estructuración y Escritura de Monografías e Informes de Investigación.

Al menos uno de estos Seminarios será ofrecido cada semestre para que de manera opcional asistan los estudiantes. Alternativamente, el estudiante podría llevar el curso con su director de tesis, quien será el responsable de darle el crédito correspondiente.

### **EXAMEN PREDOCTORAL**

Se espera que al término del tercer semestre o en el transcurso del cuarto el estudiante presente el examen pre-doctoral.

Para este propósito el estudiante elabora y defiende públicamente un proyecto de investigación consolidado para mostrar su pertinencia y viabilidad y recibir retroalimentación sobre aspectos específicos de la investigación. Para su realización se deben cubrir los siguientes puntos:

1. El estudiante elaborará un documento en el que se especifique el proyecto de investigación, fundamentado en la revisión de la literatura pertinente, en un marco teórico y en un diseño metodológico. Debe mostrar algunos avances que justifiquen la pertinencia y viabilidad del proyecto.
2. El documento será avalado por el director y puesto a consideración de un jurado integrado por el director de tesis, dos sinodales internos y dos externos.
3. Los miembros del jurado harán un informe y avalarán, si ese es el caso, que el aspirante a candidato a doctor presente el examen.

4. En una sesión el aspirante a candidato a doctor defenderá su proyecto de investigación.
5. Al aprobar el examen el candidato a doctor podrá continuar con el desarrollo de su proyecto de investigación y la escritura de su tesis de doctorado.

### **SEMINARIOS DE INVESTIGACIÓN**

Las unidades de aprendizaje denominadas *Seminarios de Investigación* corresponden a los semestres del cuarto al octavo del desarrollo del proyecto, en los cuales el estudiante seguirá atendiendo las recomendaciones recibidas en su examen predoctoral, realizará la toma y el análisis de datos definitivos y escribirá su informe final.

### **COLOQUIO DE DOCTORADO**

Cada dos años se lleva a cabo el Coloquio de Doctorado organizado por una comisión de profesores designada por el Colegio de Doctorado. En ese foro, los estudiantes presentan los avances de su proyecto doctoral. Es necesario que los estudiantes participen con una comunicación en al menos uno de los Coloquios que se organizan durante el desarrollo de sus estudios. El propósito es que los alumnos desarrollen habilidades relacionadas con la escritura de un artículo de investigación y su presentación pública ante investigadores nacionales y extranjeros, así como ante sus compañeros estudiantes. Además, se invita a los alumnos a participar activamente en la organización del foro, por medio de diferentes comités para realizar tareas de revisión, programación, logística, moderación de interacciones o discusiones académicas, atención a invitados, difusión y actividades culturales, artísticas y deportivas. El propósito es que adquieran experiencia en distintos aspectos del trabajo académico así como a su difusión. Los documentos propuestos para ser presentados en el Coloquio pasan por un proceso de arbitraje que permite proporcionar retroalimentación sobre la indagación de los estudiantes y fortalecer su formación académica. Para cada coloquio se publica una memoria con el contenido de las conferencias de investigadores invitados y los documentos elaborados por los estudiantes.

### **ESTANCIAS EN OTRAS INSTITUCIONES**

Durante sus estudios el estudiante podrá realizar en una institución educativa mexicana o de otro país una estancia por un periodo de a lo más un año con el propósito de que fortalezca algún aspecto de su proyecto de investigación, al tener contacto con investigadores de otras instituciones y ambientes académicos diferentes. Para este fin, el estudiante elaborará un Plan de Trabajo detallado sobre las actividades que realizará durante su estancia con el visto bueno del director de tesis y el profesor anfitrión quien fungirá como su asesor en la institución huésped.

El estudiante también podrá realizar estancias para observaciones de campo y recolección de datos en instituciones de México. Dichas estancias deberán ser planificadas entre el director y el estudiante, especificando y justificando su duración. La coordinación académica apoyará los trámites para los permisos correspondientes.

La estancia en otra institución no exime al estudiante de cumplir con los tiempos establecidos por el DME para la obtención del grado de Doctor. Al reincorporarse al DME el estudiante entregará un informe de las actividades académicas y de los avances de su investigación, las cartas y constancias que los avalen y, en su caso, las comunicaciones o artículos que fueron elaborados durante su estancia.

### **FLEXIBILIDAD DEL PROGRAMA**

Los Seminarios de Actividades Complementarias sobre las temáticas mencionadas se pueden cursar en cualquier orden, dependiendo de las necesidades de las generaciones de estudiantes y con el acuerdo previo del Colegio de Doctorado.

La presentación del documento predoctoral y su defensa puede hacerse después del tercer semestre de acuerdo con el criterio del director, pero sin afectar el tiempo global de los estudios.

Los programas de los Seminarios son flexibles y serán actualizados periódicamente en función de las experiencias previas y del avance de los contenidos que abarcan.

Si un estudiante tiene la oportunidad de hacer una estancia en el extranjero antes del cuarto semestre, a su regreso deberá inscribirse en los cursos que no haya completado por dicho motivo.

### **PROGRAMA DE TUTORÍAS**

Este programa tiene como objetivos generales: 1) Coadyuvar con el mejoramiento de la calidad de la formación integral de los estudiantes de modo que se alcancen los objetivos académicos del doctorado. 2) Favorecer la permanencia, la eficiencia terminal y los tiempos de titulación establecidos por el propio programa.

Los objetivos particulares son:

- Llevar a cabo estrategias de atención personalizada para complementar las actividades académicas regulares
- Ampliar la proximidad e interlocución entre profesores y estudiantes para conocer la problemática de estos últimos con el fin de generar alternativas de atención
- Identificar y fomentar patrones de comportamiento constructivos y colaborativos de los estudiantes y evaluar su desarrollo
- Crear un clima de confianza entre profesores y estudiantes y propiciar que estos últimos, a través de su tutor, conozcan diferentes aspectos de la profesión investigativa
- Identificar a tiempo estudiantes que no puedan continuar sus estudios o que están enfrentando problemas y deban pedir baja temporal.

A su ingreso, a cada estudiante se le asignará un profesor como tutor; ambos se reunirán al menos una vez por semestre para revisar, comentar y evaluar tanto el informe del estudiante de las actividades del semestre recién terminado, como el plan de trabajo para el siguiente.



## **COMITÉS DE EVALUACIÓN Y SEGUIMIENTO**

A lo largo de sus estudios, el avance en el trabajo de cada doctorante es evaluado en diferentes momentos y por las siguientes instancias:

- Evaluadores del anteproyecto. De la planta de profesores del programa se designan dos evaluadores quienes hacen una recomendación.
- Tutor. Es un profesor del departamento que tiene como función dar seguimiento a la trayectoria del estudiante.
- Lectores del artículo del Coloquio. Se asignan dos lectores, uno es miembro del Colegio de Doctorado y otro un egresado del Programa.
- Sinodales. El jurado está formado por tres profesores del programa (incluyendo el director y, en su caso, el co-director) y dos profesores externos. El jurado evalúa tanto el documento predoctoral como la tesis definitiva y autoriza que se lleven a cabo los exámenes respectivos,

En la medida de lo posible, se buscará que para cada estudiante un profesor participe en al menos dos de dichas instancias.

## **DESCRIPCIÓN DE LAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN**

### **1. COGNICIÓN**

#### **Descripción general**

El propósito de esta línea es estudiar procesos cognoscitivos relativos a la comprensión de conceptos matemáticos por estudiantes de diferentes niveles educativos, así como por personas fuera de ambientes escolares; se estudian también los procesos de comunicación y de enseñanza realizados en el aula y fuera de ella. Se desarrollan modelos para explicar el aprendizaje, la enseñanza y la comunicación, se diseñan instrumentos para recolectar datos, se hacen propuestas alternativas al desarrollo de dichos procesos acorde a resultados de investigación, se proponen métodos para observar cómo los individuos construyen nociones y conceptos matemáticos. Se ocupa de investigar las construcciones mentales, los modos de pensamiento y las representaciones que suelen desarrollar y ocupar los aprendices y los docentes; asimismo diseña actividades y situaciones matemáticas con el fin de motivar un camino adecuado de apropiación de las ideas matemáticas. La relación entre la intuición y la teoría matemática como aceptada por la comunidad de matemáticos, es uno de los aspectos que explora, así como los sesgos del pensamiento en situaciones de incertidumbre y ante lo posible, identificando los modelos mentales que crean los estudiantes cuando están tratando de aprender matemáticas y los de los docentes cuando las enseñan.

También indaga sobre el papel que juegan artefactos y herramientas en el proceso de aprendizaje, tales como software, manipulables, gráficas, juegos, materiales visuales,

modelos, sensores y experimentos. La interacción entre los símbolos, lenguaje, reglas, estructuras matemáticas y sus axiomas, forman parte de los objetos de estudio para comprender mejor el pensamiento matemático.

### **Justificación**

Saber cómo se aprenden y se apropian los conceptos matemáticos tiene una influencia directa en el diseño del currículum. Ayuda a establecer estrategias para la elección de contenidos y actividades matemáticas a emplear en distintos niveles educativos. La identificación de dificultades en el aprendizaje de ciertos conceptos y su naturaleza permite crear herramientas para que se les enfrente y se les pueda superar; esto, a su vez, tiene consecuencias positivas en el aprendizaje de futuros conceptos. Aparte de establecer métodos y caminos que funcionen para el desarrollo de habilidades matemáticas en la mayoría de la población estudiantil, la detección de diferencias individuales y necesidades especiales da lugar a consideraciones de equidad. Análisis cuidadoso de maneras, técnicas y estilos de aprendizaje lleva a una diversidad de recursos para profesores en el aula.

Por otro lado aprendemos de las estrategias desarrolladas por estudiantes, escuchándolos y observándolos; su diversidad permite tanto enriquecer la propuesta de estrategias didácticas como profundizar en el estudio de obstáculos. Estudio de los factores que afectan el desempeño en la construcción de conceptos matemáticos puede arrojar luz sobre las necesidades que se relacionan con el desarrollo conceptual.

### **Métodos y tipos de resultados que se espera desarrollar**

En esta línea de investigación protagonizan métodos cualitativos de investigación, tanto teóricos como empíricos, haciendo uso de herramientas y técnicas tales como entrevistas, cuestionarios, observación de clases y de grupos de estudiantes; no obstante, también se utilizan métodos experimentales de corte cuantitativo. Los argumentos, razonamientos y producciones de los individuos sirven de ostensibles para indagar sobre sus construcciones mentales. Asimismo se estudia el efecto que tiene la interacción entre compañeros al resolver un problema matemático o comparar diferentes resultados.

Como producto de investigación se obtienen resultados teóricos, metodológicos y empíricos que pueden consistir en modelos cognitivos de aprendizaje de conceptos matemáticos; materiales de enseñanza como libros y software que consisten en ambientes de aprendizaje y situaciones especialmente diseñados de acuerdo con los resultados de investigación; explicitación de la naturaleza de dificultades y obstáculos relacionados con la construcción de conceptos; avances sobre teorías de cognición; y conocimiento sobre el pensamiento matemático. Los resultados pueden influir sobre el desarrollo matemático en los niños, jóvenes, adultos y en la preparación profesional de docentes, matemáticos, ingenieros, economistas, médicos, científicos, entre otros. Otro efecto en la sociedad incluye el desarrollo

de habilidades matemáticas para comprender los fenómenos de la vida diaria y avances científicos.

## 2. ENSEÑANZA DEL CÁLCULO Y EL ANÁLISIS

### Descripción general

El cálculo diferencial e integral, surge a partir del estudio de las funciones y en particular de dos ideas fundamentales: la variación y la acumulación. No se puede entender el desarrollo científico y tecnológico actual sin incluir la aplicación del análisis. Esta es la razón por la cual el cálculo debería ser materia obligada en el currículo escolar, desde el nivel medio superior. Sin embargo, desde hace años los reportes de graves problemas, en su enseñanza y aprendizaje, son frecuentes. Posiblemente esta es una de las razones por las cuales existe una tendencia a posponer su estudio hasta el nivel superior. Esta tendencia genera una acumulación de contenidos de enseñanza en el nivel superior, y acrecienta la dificultad en el aprendizaje. El estudio del cálculo diferencial e integral, es importante por diversas razones, entre ellas podemos mencionar que la mayor parte de los problemas de optimización tanto de las ciencias básicas como de las sociales se resuelven mediante aplicaciones del cálculo. Otra de las razones es que muchas ramas y problemas de la matemática que se gestaron desde la antigüedad, convergen, en su desarrollo ulterior, en el Cálculo. Las aplicaciones en la física son innumerables de hecho una de las razones de su nacimiento con Newton se debe a problemas de cinemática. Y desde luego, es el cálculo diferencial e integral uno de los patrimonios culturales más importantes de la humanidad.

### Justificación

Uno de los problemas más persistentes en la enseñanza de la matemática, a nivel superior, corresponde al fracaso en un primer curso de cálculo diferencial e integral, esto acarrea graves problemas en la educación universitaria, siendo uno de los más graves el hecho de que el fallar en esta materia constituye un alto factor para la deserción escolar o en el mejor de los casos para cambio de profesión, ajeno a las matemáticas. En efecto, los reportes a nivel nacional e internacional son alarmantes, en donde en promedio más del 70% de los alumnos fracasan en su primer intento. Muchas son las razones detectadas que influyen para el poco éxito del cálculo en la educación; por mencionar algunos: La enseñanza del cálculo diferencial e integral se polariza en dos extremos, por una parte se enseña como un patrón de fórmulas, métodos y algoritmos, en donde más que cálculo, se ejercita el álgebra elemental; a este problema se le denomina la algebrización del cálculo. Por otra parte, en el otro extremo se le muestra con una fuerte carga formal y de rigor, en donde los conceptos y su aplicación quedan ausentes. La mayor parte de los programas de estudio vigentes se conservan sin cambios desde hace más de 30 años y en consecuencia los libros de texto, que se escriben de acuerdo a los programas de estudio observan problemas como: inversión del desarrollo histórico conceptual del cálculo; ausencia de diseños didácticos explícitos en libros y

programas y uno más reciente es la carencia de incorporación de las tecnologías digitales en la enseñanza del cálculo.

### **Métodos y tipos de resultados que se espera desarrollar**

Una de las propuestas más interesantes con respecto al estudio de la enseñanza del cálculo, es realizar un curso más conceptual que operativo, donde se desarrollen los siguientes aspectos:

- Realizar una reforma curricular en donde el orden, en la exposición de temas, sea más acorde al desarrollo conceptual del cálculo. Por ejemplo, dado que el cálculo es el estudio de las funciones, proponemos un estudio más analítico y conceptual de función real en donde el estudiante construya este concepto de manera gradual. Y es ahí que por necesidad se requiere un breve estudio de los números reales en donde se expongan las propiedades más importantes.
- Realizar un estudio para destacar cuáles son los conceptos más importantes y dedicarles situaciones de enseñanza especiales.
- Realizar un análisis de cuáles son los teoremas cuya demostración aporta más comprensión al cálculo y entonces sólo demostrar estos, los demás se pueden realizar de manera intuitiva.

El impactante desarrollo tecnológico, con el advenimiento de programas de cómputo con capacidad de manipulación simbólica, de representación gráfica y simulación, hace de las mismas una parte incuestionable de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Los cambios que la tecnología produce en la enseñanza de la matemática, son tanto en la forma como en el contenido y facilitan la aplicación de propuestas didácticas, como, por ejemplo: realizar actividades en diversos registros de representación y modelar situaciones reales. Además, promueve en el estudiante desarrollar una actividad individual e independiente y permite al profesor aplicar una trayectoria de aprendizaje de mejor rendimiento porque es más acorde al desarrollo epistemológico del cálculo. Pero para realizar esta propuesta se requiere del diseño de propuestas didácticas específicas y de software adecuado.

## **3. ENTORNOS TECNOLÓGICOS DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS**

### **Descripción general**

Esta línea busca desarrollar el conocimiento del potencial y uso de las tecnologías digitales para mejorar el aprendizaje de las matemáticas. Se trata de investigar, no sólo cómo el conocimiento matemático existente puede ser aprendido (y enseñado) mediante entornos tecnológicos, sino también identificar qué nuevos tipos de prácticas y conocimientos matemáticos pueden emerger como resultado del acceso a las tecnologías digitales.

Es decir, no sólo se busca desarrollar entornos tecnológicos que apoyen el pensamiento matemático; también se considera su uso e implementación en las prácticas educativas, tanto dentro como fuera del aula, así como en los currículos. En relación al último punto, existen dos vertientes de investigación: (1) hacer desarrollos y propuestas para apoyar y complementar las prácticas educativas existentes, donde la innovación es en la forma de acercar al estudiante a contenidos establecidos (e.g. a través de la experimentación, acceso temprano a ideas avanzadas, modelación, etc.) más que en el contenido matemático; y (2) el uso de la tecnología para generar cambios educativos significativos, donde no solo se busca mejorar la forma de enseñar y aprender matemáticas, sino transformar la matemática escolar, las prácticas en el aula y los currículos escolares.

En lo anterior, un aspecto crucial es el rol del profesor y todo el contexto (o entorno) del uso de los recursos tecnológicos. Para ello, existen diversas perspectivas teóricas que apoyan e informan la investigación, entre las que se incluyen, entre otras, las teorías de génesis y orquestación instrumentales; la mediación semiótica; y la teoría del construccionismo.

### **Justificación**

Los acelerados cambios tecnológicos de las últimas décadas están cambiando las condiciones y abriendo potencialidades para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En ello hay que contemplar no sólo a las computadoras, sino a la masificación de la información y conectividad, la proliferación de dispositivos móviles, de aplicaciones (*apps*) y materiales interactivos, de recursos en línea, así como de formas de interacción social.

El trabajo con esos recursos genera cambios, tanto en los niveles de prácticas dentro y fuera del aula, como en los niveles cognitivo y epistemológico – i.e., en la forma en que los estudiantes construyen el conocimiento matemático. Por ello resulta indispensable profundizar en el estudio de cómo lograr entornos tecnológicos que favorezcan el aprendizaje de dichos conocimientos matemáticos de forma efectiva.

Todo ello exige también un replanteamiento de los aspectos pedagógicos y curriculares que también deben ser investigados; profundizando en el estudio del papel del maestro, de los procesos de implementación, de la formación profesional de los docentes, etc.

### **Métodos y tipos de resultados que se espera desarrollar**

Los métodos utilizados en esta LGAC, suelen ser de tipo predominantemente cualitativo, en los que se incluyen observaciones directas del funcionamiento de los entornos tecnológicos, cuestionarios, entrevistas y análisis de los productos de los usuarios.

Cuando se hacen propuestas de entornos tecnológicos, uno de los principales métodos que se utilizan es la Investigación de Diseño (*Design research*), donde una propuesta se prueba y analiza, y se va refinando en sucesivas fases experimentales.

A través de dichos métodos se puede esperar como resultado la generación de propuestas de entornos tecnológicos y acompañantes modelos pedagógicos, probados como potencialmente efectivos para favorecer el aprendizaje de las matemáticas; así como una identificación de factores que hacen que esas propuestas puedan o no ser exitosas (e.g. facilidad de acceso de recursos, formación docente y comprensión de los modelos propuestos, apoyo institucional, etc.).

Los resultados que se esperan son propuestas de entornos tecnológicos que pueden incluir, por ejemplo, un tratamiento fenomenológico de los conceptos matemáticos; la modelación de fenómenos físicos; una transversalidad de distintas materias de estudio; un acceso temprano a ideas matemáticas poderosas; etc.

En los modelos pedagógicos acompañantes, se pueden incluir, por ejemplo, hojas de trabajo para guiar el trabajo; guías para el profesor (e.g. dándole un papel mediador); una multiplicidad de modelos de uso, y prácticas de construcción social del conocimiento (e.g. actividades de colaboración, reflexión y discusión).

Otro posible resultado consiste en modelos de desarrollo profesional para docentes y sugerencias de implementación a nivel local e institucional.

#### **4. ESTUDIOS DE GÉNERO EN MATEMÁTICA EDUCATIVA**

##### **Descripción general**

Las diferencias de género son una construcción socio-cultural elaborada a partir de las diferencias sexuales. Partiendo de éstas se han ido delimitando histórica y socialmente los distintos roles que hombres y mujeres tienen en las sociedades y el valor que se les atribuye. Al ser un constructo socio-cultural, las diferencias de género se reproducen mediante la educación que tiene, entre otros, el propósito de mantener y transmitir los valores culturales que dominan en cierta sociedad. Una institución encargada de transmitir la cultura y los valores es la escuela que, con sus normas y contenidos curriculares, es también una reproductora de las diferencias de género. Es de suma importancia conocer la relación entre escuela y diferencias de género y, en particular, estudiar la relación entre las matemáticas escolares (su enseñanza y su aprendizaje) y las diferencias de género. En las últimas cuatro décadas ha habido una cantidad considerable de estudios en este sentido, en distintos países, pero no ha sido así en México. A pesar de ello, a partir de las pocas investigaciones realizadas sabemos que existe una desigualdad de comportamiento en el rendimiento matemático y esta se manifiesta conforme, en la adolescencia, se va sintiendo el peso de la identidad de género vehiculada por la familia, los iguales, los medios de comunicación, las expectativas sociales sobre lo que es y debe ser una persona en cuanto a su ser social masculino o femenino.

## **Justificación**

A pesar de que actualmente las mujeres se integran activamente al campo laboral y profesional y comenzamos a observar una notable (sin dejar de ser minoría) cantidad de mujeres en puestos de poder, sigue manteniéndose una marcada segregación profesional y laboral por género. Las mujeres siguen siendo minoría en áreas como matemáticas, física, ingeniería o tecnología y superan por mucho a los varones en los sectores educativos y administrativos (INMUJERES, 2013). A pesar de que las mujeres comienzan a tener una presencia que se iguala con la de los varones en las carreras de matemáticas que imparten las universidades, al avanzar a otros niveles el porcentaje se reduce considerablemente. Por ejemplo, a nivel de doctorado las mujeres representan aproximadamente el 25% de la población total. Esto, a pesar que en todos los niveles educativos las mujeres muestran una eficiencia terminal superior a la de los varones.

Esto pone en evidencia que la sociedad está perdiendo constantemente mujeres talentosas en matemáticas y esto es provocado, entre otras, también por una educación escolar fuertemente estereotipada.

El Sistema Patriarcal que posterga a la mujer a un lugar secundario y dominado, continúa vigente, incluso en los contextos occidentales avanzados y concienciados. El molde antropológico en el que ha vivido la Humanidad desde sus orígenes, no es fácil de desmontar y transformar para dar lugar a otro molde social. El Género sigue siendo el vertebrador más fuerte de la sociedad, el más estructurante, incluso más que la clase social, etnia, religión, entre otros.

## **Métodos y tipos de resultados que se espera desarrollar**

Combatir los estereotipos de género y el sexismo en y a través de la educación es una estrategia del Consejo Europeo para la Igualdad de Género (2014-2017). En suma, habitamos en modelos culturales occidentales fuertemente sensibilizados contra la discriminación de género.

Hay que reconocer que las matemáticas y su enseñanza han contribuido a promover cierto tipo de selección y discriminación, asociando, por ejemplo, un buen resultado en el aprendizaje de esta materia de estudio con la inteligencia de las personas y, desafortunadamente han sido también un vehículo importante para fortalecer las diferencias de género. Es necesario investigar cómo se dan estos procesos para proporcionar elementos que ayuden a propiciar una instrucción matemática encaminada a la equidad de género. Se necesita una instrucción capaz de diagnosticar y controlar los sesgos de género en relación a las matemáticas, lo que puede volver al revés la interrogante típica de

*¿Por qué las niñas no aman las matemáticas?*

a esta otra

*¿por qué las matemáticas no han amado a las niñas?*

Los principales métodos que utilizamos para caracterizar el binomio matemáticas/género son diversos dependiendo del objetivo de la investigación: desde biografías a entrevistas, desde observaciones en clase hasta mediciones usando escalas ya establecidas o diseñadas con propósitos específicos para poblaciones específicas.

El objetivo principal es establecer y caracterizar la relación que se va estableciendo entre matemáticas y género a fin de proponer políticas públicas que favorezcan la equidad de género en nuestro sistema educativo en todos los niveles.

## **5. PENSAMIENTO ARITMÉTICO Y ALGEBRAICO**

### **Descripción general**

Se estudian rasgos distintivos del pensamiento aritmético y algebraico en sujetos de diferentes rangos de edad, en situación de enseñanza y aprendizaje de conceptos, operaciones y métodos propios de la aritmética y del álgebra, en niveles escolares que van desde el preescolar hasta el universitario.

Para abordar problemas de investigación específicos, se recurre a una variedad de perspectivas teóricas que permiten analizar: modos de construcción cognitiva de los sujetos; el origen y naturaleza de las dificultades intrínsecas a los procesos de aprendizaje de la aritmética y el álgebra, así como el efecto de factores socio-culturales en dichos procesos; la interacción con los distintos sistemas matemáticos de signos involucrados en los procesos de enseñanza y aprendizaje; el desarrollo histórico y epistemológico de las ideas matemáticas; la producción de sentido y construcción de significados respecto de los objetos matemáticos y sus operaciones; el papel de los entornos tecnológicos en la enseñanza y aprendizaje de temas aritmético-algebraicos; características de la transición entre el pensamiento aritmético y el algebraico; los efectos de intervenciones de enseñanza basadas en diseños didácticos específicos para la aritmética y el álgebra.

Las investigaciones que se realizan en esta línea se relacionan, en su mayoría, con temas curriculares tanto de la educación básica (temas de aritmética y álgebra del preescolar, primaria y secundaria) como de la del nivel medio superior (álgebra y matemática de la variación) y del nivel universitario (álgebra lineal y abstracta). Además, se lleva a cabo investigación teórica, específicamente relacionada con acercamientos semióticos al estudio de la producción de sentido en el terreno del álgebra simbólica.

### **Justificación**

La extensa literatura especializada en enseñanza y aprendizaje de la aritmética y el álgebra, particularmente en relación a la educación básica y media, es una muestra del reconocimiento de la importancia que la comunidad internacional de investigadores confiere a dicha área.



Los trabajos desarrollados en el DME en esta línea son investigaciones de frontera y desde los años 80, han marcado pautas en las agendas de investigación elaboradas por grupos de expertos en didáctica del álgebra y de la aritmética. A pesar de ser ésta un área abundantemente investigada, los estudios que se realizan en la actualidad en el DME continúan aportando resultados originales. Por su parte, las investigaciones sobre el aprendizaje y la enseñanza del álgebra lineal y abstracta contribuyen al estudio de la didáctica de temas del currículo del nivel superior, los cuales, a pesar de su importancia, han sido poco abordados.

La publicación en revistas y libros científicos de los resultados obtenidos en esta línea, así como las citas de referencia a los mismos, dan cuenta de su relevancia e impacto.

Todo lo anterior muestra la vigencia de los temas que se cultivan en el DME, así como una tradición de investigación de más de treinta años, que es importante mantener y enriquecer con el desarrollo de proyectos futuros y con la formación de recursos humanos dentro del programa de doctorado del departamento.

### **Métodos y tipos de resultados que se espera desarrollar**

Los marcos metodológicos que se utilizan son, principalmente, de corte cualitativo, aunque en estudios recientes sobre álgebra en edades tempranas se han incorporado métodos cuantitativos y diseños híbridos. Entre los métodos particulares empleados están: aplicación de análisis de cuestionarios de diagnóstico y de indagación de nociones intuitivas y de estrategias espontáneas; cuestionarios sobre progreso en el aprendizaje; entrevista clínica semi-estructurada para el estudio de procesos cognitivos en situación de aprendizaje; entrevista individual con instrucción; observación en aula, sobre todo en estudios de intervención con enseñanza; diseños trans-seccionales para el análisis de trayectorias de desarrollo de habilidades de pensamiento funcional; diseño y aplicación de modelos teóricos locales que incorporan el concepto de sistema matemático de signos y en los que se conjugan elementos teóricos y metodológicos.

Los resultados de investigación son tanto de carácter empírico como de naturaleza teórica. En buena parte de los estudios que incluyen trabajo experimental, se llevan a cabo teorizaciones que aportan de manera significativa al avance en el conocimiento de los temas particulares abordados. Por su parte, en los trabajos de desarrollo teórico (por ejemplo en los que se recurre a elementos de la semiótica) los resultados se agregan a las perspectivas teóricas vigentes en el campo de la didáctica del álgebra simbólica.

## **6. CONSTRUCCIÓN SOCIAL DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO**

### **Descripción general**

Cuando se habla de pensamiento, razonamiento, memoria o abstracción, se dirige la mirada hacia la psicología y al estudio de las funciones mentales, sin embargo al introducir al

conocimiento matemático como objeto del pensamiento, es insuficiente la mirada psicológica para explicar la formación de significados de conceptos y procesos matemáticos.

Resulta importante atender, además, a los factores de la experiencia, el papel del entorno y más ampliamente del contexto sociocultural que da origen y funcionalidad al saber matemático. Las investigaciones sobre pensamiento matemático, si bien enfocadas con una clara componente psicológica, han evolucionado hacia asuntos relativos a las dinámicas del aula, a los roles sociales de las y los estudiantes en su acción por aprender, a la naturaleza del conocimiento matemático puesto en juego, al papel de las distintas formas de mediación cultural (dispositivos tecnológicos, los lenguajes, los sistemas de representación o los estereotipos de género, entre otras), y hacia el papel que el contexto sociocultural desempeña en la formación de significados.

De modo que en esta Línea de Investigación, «construcción social del pensamiento matemático», nos interesamos por entender las razones, los procedimientos, las explicaciones, las escrituras o las formulaciones verbales y gestuales que se comparten y construyen al abordar diversidad de tareas matemáticas, del mismo modo que nos ocupamos por explicar los mecanismos mediante los cuales la cultura y el medio contribuyen en la formación del pensamiento matemático, que es visto como una construcción social y en su esencia se encuentran factores históricos y contingentes que resultan irreducibles.

### **Justificación**

El énfasis de la línea de investigación «construcción social del pensamiento matemático» está puesto en los procesos de pensamiento normado por prácticas sociales, que parten de la acción mediante el uso del conocimiento y se consolidan a través de las prácticas socialmente compartidas en comunidades con identidad propia. Estos procesos desarrollados en el seno de instituciones situadas en la historia y la cultura, permiten enfrentar uno de los mayores retos de la educación contemporánea: evitar el abandono escolar derivado de la exclusión que induce el discurso Matemático Escolar; y posibilitan el progreso en la investigación básica y aplicada sobre desarrollo del pensamiento matemático, que es el núcleo primigenio de la construcción del saber.

Este hecho justifica la necesidad de esta línea para fortalecer políticas públicas en búsqueda de equidad con atención a la diversidad: políticas relativas al desarrollo profesional docente, a la creación de espacios diversos de aprendizaje (aula extendida, diseños de intervención didáctica, elaboración y prueba de materiales y dispositivos didácticos, entre otros).

Así que la línea al preguntarse ¿cómo hace la gente matemáticas? o ¿cómo se desarrollan los procesos del pensamiento matemático en la escuela y en la vida?, combina en su respuesta procesos de razonamiento y factores de experiencia y traslada la clásica cuestión de corte psicológico: ¿por qué Juanito no sabe sumar?, a otra del tipo ¿por qué el tratamiento escolar

de las matemáticas no favorece el disfrute y el uso de las matemáticas que se aprenden tanto en la escuela como en la vida misma?

### **Métodos y tipos de resultados que se espera desarrollar**

Los estudios de «construcción social del pensamiento matemático», dada su naturaleza multifactorial, no se limitan a un único enfoque metodológico ni a una sólo temática específica, sino que incorporan, en función del tipo o modalidad del estudio llevado a cabo, una gran diversidad de contenidos, métodos, procedimientos y técnicas para la investigación.

Para abordar las cuestiones señaladas anteriormente, se precisa de una aproximación sistémica y situada que incorpore múltiples dimensiones, entre las que destacan: la naturaleza epistemológica del conocimiento, tanto matemático como matemático escolar, la dimensión sociocultural del saber, los planos de lo cognitivo en los aprendizajes y los modos de transmisión vía la enseñanza en distintos niveles educativos y en las prácticas cotidianas de socialización.

Una preocupación mayor para esta línea consiste en saber cómo llevar los aprendizajes espontáneos de los estudiantes, a los espacios formales de la vida escolar. Citemos entre ellos a los estudios sobre la transversalidad curricular de las matemáticas, la evolución de usos del conocimiento matemático en el ejercicio de prácticas, los fenómenos de empoderamiento docente, exclusión, adherencia y opacidad debidos a la matemática escolar, el diseño y la evaluación de dispositivos didácticos para la investigación, los estudios de interacción situada: alumno – alumna o profesor – estudiantes, aprendiz – experto; entrevista participante, investigación acción, investigación basada en diseño, ingeniería didáctica, estudios de anidación de prácticas, estudios de representaciones semióticas, estudios multinivel incluyendo también aquellos de corte cuantitativo, estudios basados en teoría fundamentada y enfoques documentales de corte fenomenológico – hermenéutico para la problematización del saber, entre otros.

## **7. DIDÁCTICA DE LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD**

### **Descripción general**

Esta línea se enfoca en la creación de una cultura en estocásticos entre adultos, docentes y estudiantes de los diferentes niveles educativos y en sus distintas modalidades, incluyendo sectores vulnerables que requieren atenciones especiales, para desarrollar su pensamiento y razonamiento probabilístico y estadístico. Un tipo de estudios identifica y caracteriza las dificultades de los individuos y sus concepciones erróneas frente a situaciones de incertidumbre y en su aprendizaje de conceptos de estocásticos; también se examinan alternativas de enseñanza para superar tales dificultades o concepciones de estudiantes, de docentes en formación o en su actualización. Otra vertiente propone, explora y valida ambientes de aprendizaje para que los alumnos construyan una o varias ideas de estocásticos

fundamentales. De éstas, en estadística destacan: *datos, variación, distribución, gráficas y representación, probabilidad, muestreo e inferencia, regresión y correlación*; mientras que en probabilidad se subrayan: *Normar nuestras creencias para asignar probabilidades, espacio muestral, equidistribución y simetría, adición de probabilidades, independencia y regla del producto, variable estocástica, combinatoria, muestreo, ley de los grandes números y modelo de urnas y simulación*. La búsqueda de problemas generadores de aprendizaje, el diseño de estrategias de enseñanza, el uso de la tecnología digital, el papel del profesor en el aula y la interacción en ésta de los participantes en el proceso educativo, son temas de investigación. Otros estudios se enfocan en la construcción de modelos de pensamiento, jerarquías de razonamiento o elaboración de marcos teóricos, de referencia, o conceptuales sobre estocásticos, que contribuyan al desarrollo teórico de la didáctica de la disciplina.

### **Justificación**

Las sociedades modernas se caracterizan por la proliferación de procesos y sistemas masivos de gran complejidad produciendo cantidades enormes de datos relevantes para las personas, organizaciones y países. Un ciudadano actual requiere estar informado en diversos terrenos para enfrentar sus problemas y tomar decisiones; su formación en estocásticos es crucial. Aunque los últimos 45 años han atestiguado la inclusión de la estadística y la probabilidad en los currículos de matemáticas de todos los países, desde los niveles básicos hasta el universitario, esta introducción ha enfrentado la dificultad de que el aprendizaje de la probabilidad y la estadística requiere de un pensamiento distinto, abierto a lo posible. En México, los temas de probabilidad fueron eliminados de los programas de matemáticas de primaria desde 2009 y en secundaria se les redujo, argumentando que los maestros no los entendían. La investigación en la didáctica de la estadística y la probabilidad ha emergido en búsqueda de solución a los problemas que los sistemas educativos plantean acerca de la enseñanza y el aprendizaje de esas disciplinas. La formación de un pensamiento estadístico y probabilístico de los docentes y de los estudiantes es un fenómeno multidimensional que requiere de una comprensión profunda que sólo se logra mediante la investigación fundamentada en marcos teóricos y conceptuales provenientes al menos de tres perspectivas: epistemológica, cognitiva y social. En México, es necesario desarrollar esta línea de investigación y generar resultados para afrontar la exigencia contemporánea global de proporcionar una cultura y una educación en probabilidad y estadística.

### **Métodos y tipos de resultados que se espera**

Dependiendo de las preguntas de investigación, los métodos cualitativos y/o los métodos cuantitativos se utilizan en la investigación en didáctica en estocásticos. Piaget aplicó exitosamente el método clínico para dar cuenta de la génesis de la idea de azar en el niño. La significancia de resultados de la aplicación de instrumentos, por ejemplo cuestionarios, o de

estrategias de aprendizaje controladas, se determina mediante métodos estadísticos. De los métodos cualitativos se destacan el micro-genético, la metodología SOLO, los experimentos de enseñanza y las trayectorias hipotéticas de aprendizaje.

Como resultado del desarrollo de esta línea se espera:

- La creación de instrumentos de diagnóstico y evaluación fiables que permitan caracterizar a los estudiantes de acuerdo a sus conocimientos y habilidades de razonamiento en probabilidad y estadística.
- La elaboración de problemas y ambientes para el aprendizaje de los conceptos fundamentales de la disciplina en los diferentes niveles escolares.
- Experimentos de enseñanza que propongan secuencias específicas para que los estudiantes se apropien de conceptos y formas de razonamiento, estadísticos y probabilísticos.
- Formas de utilizar la tecnología por los estudiantes de manera que desarrollen sus competencias en probabilidad y estadística.
- Jerarquías de aprendizaje y de razonamiento sobre los diferentes conceptos estadísticos y probabilísticos obtenidas mediante la metodología SOLO.
- Identificación y caracterización de las concepciones de los profesores acerca de los conceptos de la materia y de la forma de enseñarlos.

## **8. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS**

### **- Descripción general**

La resolución de problemas es un campo de investigación y práctica que relaciona actividades del quehacer matemático con las formas en las que estudiantes pueden aprender y desarrollar su conocimiento matemático. Se sustenta en que la información que caracteriza las actividades de resolución de problemas donde se investiga, por ejemplo ¿cómo se formula un problema o una definición matemática?, ¿qué procesos de pensamiento y estrategias son importantes en la resolución de problemas?, ¿cómo se sustenta una conjetura o relación matemática?, o ¿cómo se comunica la solución de un problema? resulta importante para organizar, estructurar, y promover el estudio o aprendizaje de los estudiantes. Se argumenta que el enfocar la atención hacia las actividades de resolución de problemas genera un marco propicio para que los estudiantes comprendan conceptos matemáticos, desarrollen estrategias, recursos, y formas de pensar consistentes con el quehacer o actividad matemática.

En términos generales la resolución de problemas es una perspectiva que ofrece oportunidades a los estudiantes para interactuar y pensar acerca de las situaciones (problemas o conceptos) matemáticas. Como modelo didáctico se manifiesta a partir de las dinámicas de clase, los problemas y las formas de evaluar los desarrollos cognitivos de los estudiantes. La resolución de problemas se basa en el desarrollo y empleo de un método o acercamiento de búsqueda y cuestionamiento donde el estudiante pregunta, cuestiona, indaga, representa y

explora el comportamiento de objetos matemáticos a partir del uso de recursos, estrategias y formas de razonar que son consistentes con el quehacer y desarrollo de la disciplina.

### **Justificación**

La actividad central en el quehacer matemático es la formulación y resolución de problemas. El análisis y estudio de las actividades de resolución de problemas provee un marco para estructurar una agenda de investigación y su relación con los escenarios de enseñanza. Se enfatiza la importancia de que los estudiantes construyan una red de conocimientos que se manifiesta en la adquisición y usos de:

- (a) Recursos básicos como definiciones, hechos, fórmulas, algoritmos y conceptos fundamentales asociados con un dominio matemático particular o tema;
- (b) Estrategias heurísticas que involucran formas de representar y explorar los problemas con la intención de comprender los enunciados y plantear caminos de solución.
- (c) Estrategias meta-cognitivas que involucran conocimiento acerca del funcionamiento cognitivo propio del individuo (¿qué necesito? ¿cómo utilizo ese conocimiento?) y estrategias de monitoreo y control del propio proceso cognitivo (¿qué estoy haciendo? ¿por qué lo hago? ¿a dónde voy?) y
- (d) Sistemas de creencias y componentes afectivos que caracterizan la conceptualización del individuo acerca de las matemáticas y la resolución de problemas.

Esta red interconectada de conocimiento se construye en la discusión de actividades que fomenten:

- (i) La búsqueda de diferentes métodos o caminos para resolver un problema. Además, es importante que el estudiante contraste las cualidades y procesos matemáticos asociados con los diversos métodos de solución.
- (ii) La discusión de actividades que orienten a los estudiantes hacia la formulación de nuevas preguntas y extensiones de los problemas.
- (iii) El reconocimiento de métodos de solución que pueden aplicarse a un conjunto de problemas.

### **Métodos y tipos de resultados que se espera desarrollar**

La agenda de investigación en la resolución de problemas está íntimamente relacionada con los cambios en los diseños y métodos de investigación. Por ejemplo, a principio de los 80 los temas de investigación relacionados con el papel de las heurísticas en los procesos de resolución de problemas incluían principalmente métodos cualitativos basados en métodos estadísticos. Posteriormente, se planteó la necesidad de investigar en detalle las formas en que los expertos y estudiantes desarrollaban y utilizaban estrategias de resolución de

problemas. Los programas de investigación involucraban el uso de métodos cualitativos donde se destaca el empleo de entrevistas basadas en problemas, casos de estudio y en general el análisis del comportamiento de los sujetos al resolver individualmente y en grupos pequeños situaciones problemáticas. Además, el desarrollo notable de herramientas digitales ha influido no solo en las formas de generar conocimiento matemático; sino también en los procesos de construcción y comprensión de las ideas matemáticas. Además, un principio básico en la resolución de problemas es que el entendimiento o comprensión de las ideas matemáticas no es un proceso final; sino gradual y dinámico que se va robusteciendo en función de la necesidad de responder y resolver series de cuestionamientos que emerjan dentro y fuera de la propia comunidad de aprendizaje. Entre los resultados de investigación se destaca la construcción de marcos conceptuales que expliquen las distintas maneras que los estudiantes desarrollan conocimiento matemático y competencias de resolución de problemas en ambientes de lápiz y papel y tecnologías digitales.

## **9. FUNDAMENTOS, HISTORIA Y EPISTEMOLOGÍA DE LAS MATEMÁTICAS**

### **Descripción general**

La historia ofrece un campo pertinente para investigar los fundamentos y la epistemología de las matemáticas. Una consecuencia del recorrido histórico de las matemáticas es la inmediata refutación de esta disciplina como un universo platónico ajeno a la cognición humana y a sus orígenes en las prácticas sociales. Liberados de esta visión se puede concebir el desarrollo de la disciplina como resultado de la tensión entre las intuiciones y experiencias humanas y la necesidad de plasmarlas en sistemas simbólicos mediante un movimiento de re-descripción representacional. Comprender los procesos de formación del conocimiento matemático arroja luz sobre los diseños de trayectorias de apropiación de ese conocimiento. No se trata de actualizar un mecanismo de recapitulación, sino de rediseñar rutas para recuperar la dimensión esencial de los diversos estratos de racionalidad que están subsumidos en una cultura. Por ejemplo, la experiencia investigativa ha manifestado que temas como las geometrías no-euclidianas, aceptan trayectorias apegadas a la constitución histórica de la disciplina; otros, como la aritmetización del cálculo, rompen con la intuición de la variación; o que el arraigo al determinismo se opone a lo posible. En todos hay ruptura y continuidad. La búsqueda de la razón de la aritmetización demanda identificar un nivel de racionalidad distinto; la migración de conceptos y técnicas matemáticos a otras disciplinas clarifica sus formas y analogías. Esto sugiere que las matemáticas son un po de conocimientos que se transforma de acuerdo con las prácticas reflexivas de una cultura. Ese es el objeto central de esta línea de investigación. Aquí encuentra el futuro investigador elementos centrales para su práctica reflexiva en su medio de acción.

## **Justificación**

Si bien no se puede apelar a un paralelismo tal cual entre consideraciones filogenéticas y ontogenéticas —debido principalmente a la diversidad de factores que influyen en los cambios culturales, a la complejidad que revisten las interacciones sociales y con el medio ambiente, así como a su efecto en las experiencias individuales—, la historia de las matemáticas, el origen de sus conceptos y su fundamentación necesaria para asegurar una disciplina coherente desprovista de contradicciones y autorreferente, constituyen una plataforma desde la cual considerar la racionalidad matemática y su evolución en circunstancias sociales y culturales específicas, en particular en un medio educativo. Aspectos como las condiciones en que emergió un concepto, las dificultades que enfrentó, el tipo de situaciones o fenómenos de cuyo estudio surgió, los modos en que se le comunicó, cuáles fueron sus aplicaciones y sus resultados, todos son de interés al considerar, a su vez, las condiciones en que en un medio cultural dado se propone al individuo o a la sociedad su acceso al pensamiento matemático, si efectivamente tal acceso ocurre o qué condición o condiciones lo impiden para proponer alternativas.

## **Métodos y tipos de resultados que se espera desarrollar**

La comprensión de los procesos de formación del conocimiento matemático, básicamente proveniente de una investigación documental y del empleo del método lógico deductivo característico de las matemáticas, se pone en juego en proyectos de investigación que, en ambientes educativos particularmente caracterizados o con individuos seleccionados ad hoc, recurren a métodos cualitativos (por ejemplo, en el orden micro-genético o en sus adaptaciones) y cuantitativos, dependiendo de las preguntas que planteen.

Los resultados que se esperan se orientan hacia la influencia que pudieran ejercer condiciones derivadas de la reflexión del desarrollo conceptual de interés, antes descrita, en la manifestación de ideas matemáticas o de cambios conceptuales en los escenarios puestos en juego en la investigación. A su vez, las características de esa manifestación repercutirían en propuestas específicas de introducción de temas en la enseñanza —tanto para la formación matemática del individuo como para la actualización docente—, de estrategias, de aplicaciones, o de recursos concretos o medios, para recuperar vías de pensamiento, o bien para confrontarlas y reorientarlas, con el interés de promover el pensamiento matemático y su salida de impasses.

## **10. DE LA SUSTENTACIÓN A LA PRUEBA MATEMÁTICA**

### **Descripción**

En esta línea de investigación se analizan diversas formas de sustentar y justificar proposiciones matemáticas que se producen en ámbitos de la matemática educativa (didáctica de las matemáticas o educación matemática): desde los sustentos extra-matemáticos, como



los asentados en la autoridad, la repetición o las razones prácticas (muy frecuentes en el aula de nivel básico), las justificaciones soportadas en trabajo experimental realizado con software (que se suelen elaborar en los niveles medio superior y superior) hasta las pruebas deductivas (presentes desde los niveles medio básico, hasta los niveles superiores de educación escolar).

Se investigan distintas problemáticas. Una consiste en explicar cómo realmente se argumenta en un aula ordinaria de matemáticas, para lo cual se examinan los patrones de justificación y razonamiento que ahí prevalecen y las normas de interacción conforme a las cuales se producen esas justificaciones. Con base en estos elementos se define la categoría de Cultura de Racionalidad de la clase, que permite analizar el fenómeno de la justificación de hechos de las matemáticas en contextos intra-personales, así como sociales y culturales.

Otra problemática radica en la observación del Cambio de Racionalidad en la esfera epistémica del estudiante, en esta se considera que la prueba deductiva requiere de una toma de conciencia de la pertinencia de las afirmaciones usadas, por ello se recupera el tratamiento figural como un fundamento del razonamiento, así como la distinción de distintos tipos de información: disponible y relevante, proceso que se observa en la visualización, la anticipación y la inferencia lógica en el razonamiento.

### **Justificación**

Uno de los rasgos paradigmáticos de las matemáticas es la forma de justificar las proposiciones de la disciplina. Con excepción de las escuelas de matemáticas, no se suele aspirar a que los estudiantes justifiquen siempre las afirmaciones de contenido matemático como lo hacen los profesionales de la disciplina, pero sí se pretende que ellos aprendan a producir justificaciones o razonamientos que les permitan, a corto o mediano plazo, sistematizar, comprender, explicar y sustentar con bases disciplinares los conocimientos matemáticos. Sin duda es uno de los objetivos importantes de la enseñanza de las matemáticas, aunque por razones de muy distinta índole y no siempre claras, de muy difícil consecución.

Trabajos inscritos en la línea de investigación buscan conocer cómo realmente se argumentan los hechos de las matemáticas en el aula, es decir, comprender la cultura de racionalidad que ahí impera, la cual suelen desconocer los propios profesores, a pesar de ser ellos quienes quizás inintencionadamente la impulsan, y la suelen ignorar también los investigadores, a pesar de la importancia que reviste para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Por otro lado, se considera que el carácter simbólico y estructural de la matemática y especialmente de la demostración, no es accesible al estudiante sin un tratamiento propiciatorio. Además de la adopción de las normas y reglas matemáticas, para el aprendizaje de la demostración se necesita un cambio en la convicción de su sustento, mismo que puede ser fomentado con el experimento intelectual y la exploración de la representación gráfica.

### **Métodos y tipos de resultados que se espera desarrollar**

En algunos trabajos inscritos en la línea se recurre a la Teoría Fundamentada con el objeto de definir categorías inscritas en marcos teóricos, que permitan dar cuenta de los fenómenos complejos asociados a los procesos de justificación y demostración de las proposiciones de contenido matemático que surgen en el aula, en el marco de interacciones sociales y de acuerdo a valores culturales. La definición de categorías se apoya en datos empíricos, los que se recuperan mediante técnicas interpretativas de tipo cualitativo. Se recurre al modelo de Toulmin para sistematizar y analizar los argumentos. Se pretende aplicar estos marcos teóricos en propuestas didácticas fundadas, ya sea de intervención o de elaboración de materiales escritos dirigidos a profesores y a estudiantes.

En otros trabajos que se desarrollan en la línea se acude a una metodología mixta, la cual da lugar a dos tipos de acercamiento al estudio del proceso de cambio epistémico del estudiante cuando se enfrenta al conflicto cognitivo. Un acercamiento es de tipo cualitativo, donde el examen del cambio epistémico se lleva a cabo con base en cuestionarios y entrevistas personalizadas que versan sobre tareas de construcción y razonamiento. En tanto que, con la metodología cuantitativa se pueden ordenar y sistematizar las decisiones del estudiante para determinar si al conjeturar, justificar o razonar se apoya o no en la información relevante. La aproximación cuantitativa se basa en la Teoría de Decisiones de la Lógica Difusa, que ofrece la posibilidad de estudiar procesos sociales que se caracterizan por su alto grado de variabilidad y permite incluir múltiples opciones.